M. Albert. Daniel Mercleins Mathematischer Anfangs-Gründe

Erster Theil.

Darinnen

Die Arithmetic

So gründlich, als möglich und vor Anfängere tauglich, in fünf Sectionibus ist abgehandelt worden, in folgender Ordnung,

Daß:

Sectione I. de Numeris absolutis,
Sectione II. de Numeris relatis,
Sectione III. de Numeris Fractis,
Sectione IV. de Logistica Decimali,
Sectione V. de Logarithmis,

Die gehörige Definitiones, Hypotheses, Axiomata und Theoremata vorausgesetzet, und alsdann problematice jedes nach möglichster Deutlichkeit durchgangen und überall, wo es sich thun ließ, der Proportional-Circul also gleich mit appliciret worden.

Franckfurt und Leipzig,
Verlegts Carl Friedrich Jungnicol, Buchdrucker und Buchhändler in Erfurt, 1732.

Geneigter Leser.

Es haben zwar schon so vielerley Anleitungen zu denen erstern Mathematischen Gründen ihre Geburthen erreichet, daß mich die grosse Anzahl deren billig hätte abschrecken sollen, mit meinen Mathematischen Anfangs-Gründen ans Licht zu treten. Unnöthig wäre es, wenn ich durch ein langes Register alle diejenigen Authores anführen wolte, welche zu einer mehrern Fortpflantzung derer alleredelsten Mathematischen Wissenschafften ihre Arbeit angewendet, und denen Lehr-begierigen Wegweisere ab-

gegeben haben. Der um die Mathematic sich unsterblich verdient-gemachte Herr Professor Wolff, hat jedem sattsame Nachricht hierinnen, in seinem Bericht von denen Mathematischen Büchern, ertheilet, und in allen Catalogis derer Buchläden findet man genugsame Historische Nachricht davon. Alleine die Wahrheit zu gestehen, so habe bishero gefunden, daß einiger Authorum ihre Elementa Mathematica denen Anfängern wollen zu schwehr seyn: Anderer ihre Anleitungen sind nicht hinlänglich, allen den Grund daraus zu erlernen, welchen man, um in denen höhern Dingen alsdann fortzukommen, wissen muß. Einige lassen die decimal-Rechnung völlig hinweg, welche gleichwol in der Geometrie das fürtrefflichste Compendium ist; andere melden nicht ein Wort von der Trigonometrie, als dem Schlüssel aller andern Rechnung, ohne welchen in Geographicis, Astronomi-

nomicis, Opticis, &c. das meiste verschlossen bleibet. Ich nenne die Trigonometrie und Optic mit Recht die zwey Flügel, durch welche man, ohnerachtet wir an der Erden so fest kleben, daß wir nicht eine Minuten mit beeden Füssen zugleich, ausser derselben, in der Lufft ruhen können, sich dennoch in den Himmel hinauf zu schwingen, und durch diese die himmlischen Cörper gantz nahe zu sehen, durch jene den Himmel selbsten, so zu reden, nach seiner Grösse auf das möglichste auszumessen vermag.

Wo nun in einem Mathematischen Anfangs-Buch die erste Anweisung zu dieser **Dreyangul-Rechnung** aussen gelassen wird, da fehlet in Wahrheit nicht wenig. Andere verschweigen, oder tractiren doch dunckel, die Logarithmische Rechnung, durch welche gleichwol die mühseeligsten Trigonometrischen Arbeiten dermassen

leicht und compendios gemacht werden, daß, wo auch einem Tyroni vor der Trigonometrie anfangs grauen solte, die Logarithmi dennoch den grösten Lust wieder darzu erwecken können, wenn durch deren Hülffe alle mühsame Multiplication in eine leichte Addition, und alle verwirrliche Division in die geschwindeste Subtraction verwandelt worden. Die meisten pflegen das herrliche, zu unzehlichen Nutzen dienliche, der Menschen Witz fast übersteigende Instrument des Proportional-Circuls, aussen zu lassen, und wenn ja einige ausser denen, welche bloß von dessen Beschreibung ein gantzes Buch voll gemacht, dessen Meldung thun, so ist es so kurtz, daß sie kaum den Nahmen dieses Circuls genennet zu haben scheinen. Diese und noch mehrere Umstände haben mich nun angereizet, meine bishero in vielen Jahren vielerley Auditoribus gegebene Præce-

cepta, nach welchen ich wahrgenommen, daß sie nicht nur allezeit die Mathematica leicht begreiffen, sondern auch willigst zu höheren Wegen dadurch angetrieben worden, zum Dienst derer, welche entweder als Hofmeistere junge Herrn zu informiren haben, oder welche vor sich selbst eine facile Anleitung lesen möchten, hiermit publici Juris zu machen. Es sey zwar ferne, daß ich jemands Arbeit tadeln, und meine als die richtigste anpreisen wolte. Wir arbeiten alle, als Glieder des grossen Cörpers des gantzen menschlichen Geschlechts, zum Dienst anderer, unter uns selbst; So viel aber wird mir doch, mit Genehmhaltung aller Gelehrten, erlaubet seyn, wenn ich sage, meine Absicht werde unsträfflich seyn, weil ich das beste und nöthigste nicht zu kurtz (denn eine Kürtze, mit Hinweglass- der gehörigen Stücke, ist schädl-

nicht zu weitläufftig, (weil dieses die Schrancken einer Anleitung übersteiget,) sondern in der möglichsten Zusammenziehung, als die erforderte Stücke, aus denen besten Authoribus zusammen getragen, so daß so wohl Anfängere vor sich selbst alles das darinnen finden, was zur Erlernung des Grundes von einem Buch erfordert wird, als auch die Informatores in einem Compendio darinnen antreffen, was sie sonsten mit gröster Mühe und Zeit aus so vielen Büchern erst aus einander lesen, und zu ihrer Information für eine Handleitung zusammen tragen müsten. Daß ich ausser die Schrancken des Methodi Mathematicæ einiger massen getreten, und in jedem Theil die Definitiones, sammt denen Hypothesibus, alle auf einmal vorausgesetzet, ...rnach die Axiomata und Theore... daran gehänget, statt derer De-

Demonstrationum aber meistentheils blosse Exempla illustrantia genommen, und die Problemata am weitläufftigsten zuletzt angeführet, dieß wird mir der Geneigte Leser zu gut halten. Ich schreibe in meiner Intention nur vor diejenige, welche die Anfangs-Buchstaben der Matheseos entweder vor sich selbst, oder durch Anweisung eines Informatoris lernen wollen, dahero möchte mich gerne so deutlich machen, daß die zweyerley Gattung der Mathematischen Schüler mich verstehen können. Die, welche bloß einen Vorschmack von der Mathematic haben wollen, sollen aus denen Definitionibus, Hypothesibus und Problematibus alles das darinnen begreiffen, was zu ihren dereinstigen Propos dienlich seyn mag; die aber, welche mit der Zeit höhere Dinge anzugehen gesonnen, sollen gleichwol auch den ersten

Vorschmack deren in denen Theorematibus antreffen, und durch Informatores leicht zu deren Verständniß geleitet werden können. Ich habe aus eigener Erfahrung, so wohl bey grossen Cavalliers, als anderer conditionirter Leute Kindern wahrgenommen, daß es weit schwehrer gehet, ja meistentheils die zarten Ingenia abschröcket, wenn man zu geschwind dieselbe mit denen Demonstrationibus überfällt; hingegen wenn sie bloß anfangs problematice handgeleitet, und durch das leichtere und lustigere successivè zu dem schwehrern angeführet werden, so habe ich wahrgenommen, daß sie zuletzt desto eyffriger nach denen Demonstrationibus selbst geeilet haben. Ich habe zum Vertheydiger meiner Methode, nebst der täglichen Erfahrung, den berühmten Herrn Professor Sturm, welcher in der Vorrede seiner Mathe-

theseos Juvenilis diesen getreuen Rath selbsten ausführlicher giebt. Wenn auf solche Art der Weg gebahnet, das Eiß gebrochen und die Gemüther ein wenig erleichtert worden, alsdann gefallen ihnen die mathematische Bücher so in höhern Verstand geschrieben, desto besser. Gleichwie nun einem jeden frey stehet, in seiner Informatione fast bey allen Naturells andere Methoden in einerley Disciplin, wenigstens nach denen circumstantiis, zu gebrauchen, wenn nur der Hauptzweck erlanget wird, welcher ist, der Jugend dasjenige gründlich beyzubringen, was man ihnen lehren soll; also hoffe, es werde auch meine Methode ihre Excuse finden, da sie zumahlen durch so viele Proben von mir selbst schon ist bewährt befunden, so daß ich sagen darff, ich habe die, welche nicht das geringste Känntniß von diesen Wissen-

senschafften gehabt, auch sonst nicht einmahl ein mathematisch Naturell von sich sehen liessen, auf solche Art zu solcher Einsicht gebracht, daß sie nachgehends mit freudigster Begierde, die intimiora Matheseos einzuschauen, sich selbsten den Trieb gegeben haben.

Viele Lust hat meinen Auditoribus allezeit die in allen, so wohl der Arithmetic, als Geometrie und andern Partibus Matheseos also gleich mit angehängte Application, auf dem Proportional-Circul alles im Compendio machen zu können, erwecket, und ist diese, zumahlen vor grosse Cavalliers, eine anmuthige Anreitzung zur Mathematic, wenn man ihnen zeiget, daß sie auf diesem einigen Instrument, welches ohne Incommodité in der Tasche mit kan getragen werden, die meisten Pro-

Problemata leicht solviren, und so zu reden die vornehmsten Præcepta der Arithmetic, Geometrie, &c. in einem Circul beysammen haben können.

So habe ich auch noch keinen bessern Weg gesehen, der Jugend den Proportional-Circul beyzubringen, als auf solche Weise, wenn gleich bey einer Geometrischen, oder andern Aufgabe, alsobald gewiesen wird, wie man es auch auf dem Proportional-Circul mache. Diejenigen Bücher, in welchen dieß Instrument völlig beschrieben wird, können Anfängere noch nicht lesen, zu deme so sind sie auch viel zu kostbahr vor die meisten Lehrlinge, sich solche anzuschaffen. Wenn sie die prima fundamenta gelernet, und sollen alsdann erst von neuem gantz besonders nach diesem Instru-

Instrument alles wieder durchgehen, so haben die wenigsten nicht einmal so viel Zeit darzu. So aber lernen sie beydes mit einander, und muntert dieß Instrument die Tyrones selbst noch immer mehr auf, wenn sie sehen, wie behend, wie vortheilhafftig, wie artig, wie lustig auf diesem Circul die schwehreste und mühsamste Dinge tractiret werden. Auf solche Weise wird der Proportional-Circul spielend der Jugend in denen Schulen beygebracht, und die Mathematic selbst desto lieber von denselben gelernet werden.

Solte ich nun aber in einigen Stücken es nicht nach dem Willen aller getroffen, oder als ein Mensch gefehlet haben, so bitte mir, wie es Christen gebühret, eine modeste Censur aus, ich werde nicht nur gar gerne hinzu setzen, was vergessen seyn sol-

solte, und ändern, was in der That solte besser von andern beliebet werden, sondern auch zu rechter Zeit wissen dasselbe öffentlich zu rühmen.

Zum Beschluß melde noch dieses, daß, da derer Theile meines Tractats unterschiedliche werden, ich allezeit so viel zusammen in einen Theil unter die gehörige Sectiones bringen will, als die natürliche Ordnung vergönnen wird. Die Arithmetic, als der fürnehmste Grundstein, ist, weil nichts gründliches mit deutlicher Vorstellung aussen lassen wolte, so starck angewachsen, daß solche, als den ersten Theil, alleine vors erste ans Licht stellen muß. Gleichwie ich nun hoffe darinnen also verfahren zu haben, daß ich die Deutlichkeit nicht werde verletzet, und das Alter, vor welches

ich

ich schreibe, nemlich die Jugend, nicht vergessen zu haben; also wündsche ich viel Frucht und Seegen denen, die es mit Ernst lesen, mich aber recommendire ich als den, der sich bloß zum Dienst meines GOttes und meines Nächstens aufopffert, in die unschätzbahre Gewogenheit des

Geneigten Lesers.

Des

Des
I. Theils
Der
Mathematischen
Anfangs-Gründe
Von der
Arithmetic
Sectio I.
Von denen
Numeris absolutis.

CAPUT I.

Von denen fürnehmsten Definitionibus und Hypothesibus.

Definitio I.

Die *Arithmetic* ist eine Wissenschafft derer Zahlen, welche lehret Zahlen aus Zahlen zu finden, und ihre Proportion, die sie gegen einander haben, zu erforschen.

Definitio II.

Quantitas ist eine jede angenommene Grösse, die zwar kan angegeben, aber so lange sie indeterminiret bleibet, nicht verstanden werden.

Definitio III.

Eine *Unitas*, oder Einheit/ ist dasjenige general-Ding, wodurch man etwas Eins nennet.

Definitio IV.

Multitudo, oder Vielheit/ist das was viele Dinge anzeiget.

Annotatio.

Das Wörtlein *Unitæt* und *Multitudo* werden inskünfftige lieber/ als das Wörtlein Einheit und Vielheit/ gebrauchet werden.

Defi-

Definitio V.

Eine Zahl *Numerus*, ist nichts anders, als ein Zusammenhang vieler Unitæten, sie mögen bestehen aus was sie wollen, und zusammen gestellet werden wie sie wollen.

Definitio VI.

Ein *Numerus determinatus* ist, der in gewissen schon bekannten Unitæten bestehet, e. g. die Zahl drey hat ihre determinirte Unitæten. Ein *Numerus indeterminatus* ist, dessen Unitæten man noch nicht weiß, wie viel deren sind.

Definitio VII.

Æqualia sind, die einander so gleich, daß eines an des andern Stelle gantz vollkommen, salva Quantitate kan gestellet werden. *Inæqualia* sind, wenn von der einen Quantität nur einige Theile einer andern gantzen Quantität gleich sind.

Hypothesis I.

Das Zeichen der æqualität ist gemeiniglich = welches Hariot, ein Engelländer, am ersten eingeführet.

Scholion.

Cartesius nimbt zum Zeichen der æqualität ∞, andere haben auch andere Zeichen.

Definitio VIII.

Similia sind, die gar nicht von einander können unterschieden werden, ausser durch die Gegenwart zweyer und mehrerer Similium. *Dissimilia* sind, die unterscheidlich sind, ohne daß eins gegen das andere gegenwärtlich darff gehalten werden.

Hypothesis II.

Das Zeichen der Similitudinis ist ∽.

Scholion.

Insgemein hat man hierbey gar kein Zeichen.

Definitio IX.

Majus ist, wenn einer Quantität ihre Theile nicht alle, sondern nur einige, einer andern gantzen Quantität gleich sind: *Minus* ist, wenn eine gantze Quantität nur einigen Theilen einer andern Quantität gleich ist.

Hypothesis III.

Das Zeichen der Majoritatis ist $>$. das Zeichen der Minoritatis aber ist $<$.

Scholion.

Die meisten nehmen gar keine Zeichen hier an; Einige haben auch wohl andere. Diese hat Hariot am ersten gebraucht. Ein jeglicher hat seine Freyheit darinnen, doch wäre zu wünschen, man bliebe bey einerley.

Definitio X.

Ein *Numerus integer*, oder ein gantzes ist, das alle seine Theile in sich begriffen und beysammen hat.

Definitio XI.

I. Die *Quantitates determinatæ* werden durch zehen Nahmen, vermöge welcher alle Zahlen hernach betitult werden, ausgedrucket, **Eins Zwey Drey Vier Fünff Sechs Sieben Acht Neun Zehen**: Diese zehen Wörter werden *Unit*äten genennet.

II. Aus diesen zehen *Unit*äten entstehet eine *Decas*, **Zehen**, zwey decades heissen **Zwantzig**, drey decades heissen **Dreyßig**, vier decades heissen **Viertzig**, fünff decades heissen **Funfftzig**, sechs decades heissen **Sechtzig**, Sieben decades heissen **Siebentzig**, acht decades heissen **Achtzig**, neun decades heissen **Neuntzig**.

III. Aus-

III. Aus zehen *Decadibus* wird ein *Centenarius*, aus zehen *Centenariis* wird ein *Millenarius*, aus tausend *Millenariis* wird eine *Million*, aus tausend mal tausend *Millionen* wird eine *Billion*, aus tausend mal tausend *Billionen*, wird eine *Trillion*, &c.

Hypothesis IV.

Diese Nahmen derer Zahlen durch gewisse Characteres behend anzuzeigen und geläuffiger zu verfahren, so sind folgende neun Characteres unter denen Völckern meistens gebräuchlich, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. worzu noch die cypher 0 kommet, die eine nullität bedeutet. Damit nun aber diese Characteres nicht nur die Unitäten, sondern auch die Decades, Centenarios, Millenarios, &c. bedeuten können, so wird dieser Characterum ihr Werth nach dem Platz, an welchen sie stehen, angenommen: Stehet einer von diesen neun Characteren rechter Hand in dem ersten Platz, so bedeutet er lauter Unitäten, stehet er in dem andern Platz, so zeiget er lauter Decades an: Stehet er in dem dritten Ort gegen die lincke zu, so bedeutet er Centenarios, in dem vierdten Ort Millenarios, &c. die leeren Plätze werden mit dem Charactere 0. erfüllet.

Corollarium.

Demnach stehen die Characteres nach ihren Werth, in Ansehen ihrer Plätze, in folgender Ordnung, wie sie der berühmte Herr Professor Wolff in Elementis Arithmeticæ pag. 45. richtig gesetzet:

Unitates Decades Centenarii	Simplices.	Eins zehen hundert	Simplices.
Unitates Decades Centenarii	Millenariorum	Ein zehen hundert	tausend.
Unitates Decades Centenarii	Millionum.	Ein zehen hundert	~~tausend~~ Million, oder tausend mahl tausend.
Unitates Decades Centenarii	Millenariorum Millionum	Ein zehen hundert	tausend Million, oder tausend tausend mal tausend.
Unitates Decades Centenarii	Billionum &c.	Ein zehen hundert	Billionen, oder tausend mahl tausend Millionen.

Ex. gr. 1731. hier bedeutet das 1. rechter Hand eine Unität, die 3. in dem zweyten Platz zeiget decades, ergo 30. an; die 7. in dem dritten Platz bedeutet centenarios, ergo 700. das 1. in dem vierdten Platz bedeutet Millenarios, ergo 1000. und ist demnach eben so viel, als wenn es also gesetzet würde.

1000
700
30
1

Hypothesis V.

Wenn man in der Aussprechung auf den zehenden character kommen will, so nimmt man den ersten wieder und behält den zehenden, oder den denarium dabey, e. g. zehen sind 1. und die cyphra 0. item 11. sind 10. und der character 1. item 12. sind 10. und der character 2. addiret, &c.

De-

Definitio XII.

Eine grössere Zahl entstehet aus der Zusammenkunfft mehrerer kleineren.

Eine kleinere Zahl kommt her aus der Zertheilung einer grösseren.

Corollarium.

Wenn man dieses vernünfftig überleget, so leyden alle Zahlen nicht mehr als zweyerley Veränderungen: Einen Zusatz und einen Abzug. Aus dem Zusammensatz mehrerer Zahlen entstehen die zwey Species, *Additio* und *Multiplicatio*; aus dem Abzug der Zahlen kommen die zwey andern Species, *Subtractio* und *Divisio*.

Definitio XIII.

Die Zahlen, welche addiret werden sollen, heissen *Summatores*, item *Summandi*; die Zahl, die nach der Addition heraus kommet, heisset *Summa*.

Definitio XIV.

In der Subtractione heisset die grössere Zahl der *Minuendus*, die kleinere, *Subtrahendus*, die Zahl, die nach der Subtractione heraus kommt, *Differentia*.

Definitio XV.

In der Multiplicatione heissen die zwey durch einander zu multiplicirende Zahlen *Factores*, in specie die obere Zahl heisset Multiplicandus, die untere, Multiplicator: Die Zahl, welche nach der Multiplication heraus kommet, heisset *Productum*.

Definitio XVI.

In der Divisione heisset die grössere Zahl *Dividendus*, die kleinere, *Divisor*, die gefundene Zahl *Quotus*, oder *Quotient*.

Scholion.

Diese 4. Termini, *Summa*, *Differentia*, *Productum*, *Quotus* sind wohl zu mercken, damit man ins künfftige gleich wisse, von welcher Specie die Rede sey, wenn eine Zahl entweder Summa, oder Differentia, oder Productum, oder Quotus genennet wird.

Corollarium.

Demnach ist die Numeratio keine Species in der Arithmetic, weilen durch das numeriren keine Zahl einige Veränderung leydet, sondern nur nach ihrer schon determinirten Grösse ausgesprochen wird.

Definitio XVII.

Ein *Numerus absolutus* ist, der an und vor sich selbsten, ohne auf eine andere Zahl zu sehen, seinen valorem hat.

Definitio XVIII.

Ein *Numerus relatus* ist, welcher seinen valorem erst nach der Proportione und Verhältniß anderer Zahlen bekommet. Es wird auch dahero eine solche Zahl *Numerus rationalis*, *proportionalis* genennet.

Scholion.

Dieß ist die Ursach, warum mehrerer Deutlichkeit wegen, die Sectio I. de Numeris absolutis, die Sectio II. de Numeris relatis handeln wird.

Definitio XIX.

Addiren ist nichts anders, als unterschiedliche Zahlen nach allen ihren Unitäten in eine Summam bringen.

Hypothesis VI.

Das Zeichen der Addition ist + und wird mit *plus*, oder **und** ausgesprochen: Ex. gr. 3 + 4. zeiget an, daß 3. plus 4. sey die Summa derer addirten Zahlen 3. und 4.

De-

Definitio XX.

Die *Multiplicatio* ist eine vortheilhafftige so vielmalige Additio der oberen Zahl, nach ihren Unitäten, als viele Unitäten die untere Zahl in sich begreifft.

Scholion.

Der Unterschied zwischen dem addiren und multipliciren ist dieser: Wenn unterschiedliche Zahlen nur also sollen zusammen gehänget werden, daß man zu wissen verlanget, wie viel ihre Unitäten in einer Summa ausmachen, so heisset dieses *addi*ren; wenn ich aber wissen will, wie viel es wäre, wenn eine Zahl so offtmal addiret würde, als die andere Zahl Unitäten hat, so heisset es multipliciren.

Exemplum I.

Wenn man sagen soll, wie viel 4. und 5. zusammen *Unit*äten haben / so spricht man 9. Denn ich *addi*re nur 4. *Unit*äten und 5. *Unit*äten.

Exemplum II.

Wollte man wissen / wie viel *Unit*äten heraus kämen / wenn man die Zahl 5. so offt *addi*rete, als die andere Zahl 4. *Unit*äten hat / so heisset dieses *multiplici*ren / das ist / es gehet geschwinder / wenn ich sage 4. mal 5. ist 20. als wenn ich 5. wolte 4 mal unter einander setzen und *addi*ren.

Hypothesis VII.

Das Zeichen der Multiplication ist ein blosses Punctum (.) welches zwischen die Factores hinein gesetzet wird, e. g. 4. 3. Es wird ausgesprochen 4. multiplicatum durch 3.

Definitio XXI.

*Subtrahi*ren ist, eine kleinere Zahl von der grösseren hinweg nehmen, da die dritte heraus kommende der Rest oder Uberschuß ist, um wie viel die grössere die kleinere übertroffen.

Hypothesis VIII.

Das Zeichen der Subtraction ist — und wird durch *minus*, oder weniger/ausgesprochen: E. g. 6—2. zeiget daß 6 weniger 2 groß sey.

Definitio XXII.

*Dividi*ren ist, eine Zahl in gewisse gleiche Theile zerschneiden.

Scholion.

Wenn man eine Zahl, durch hinwegnehmen davon, also zergliedert, daß die Theile ungleich werden, so heisset es *subtrahi*ren: Wenn man aber eine Zahl in unterschiedliche gleiche Theile zertrümmert, so heisset es dividiren. Man siehet also leicht, daß das dividiren ein vortheilhafftiges subtrahiren sey, welches sonst offtmal müste wiederholet werden.

Hypothesis IX.

Das Zeichen der Division sind zwey Puncta (:) und wird mit dem Wörtlein divisum ausgesprochen: e. gr. 8 : 2, saget man 8. divisum per 2.

Definitio XXIII.

*Numeri*ren heisset, eine jegliche Zahl, es seyen deren in einer Reyhen so viel sie wollen, nach ihren valore richtig schreiben und aussprechen können.

Definitio XXIV.

*Dupli*ren ist, eine Zahl nochmahlen so groß nehmen, oder mit 2. multipliciren.

Definitio XXV.

*Tripli*ren heisset, eine Zahl 3mal so groß nehmen, oder mit 3. multipliciren.

Definitio XXVI.

*Quadri*ren heisset, eine Zahl mit sich selbst multipliciren.

De-

Definitio XXVII.

Cubiren ist, wenn man eine Zahl mit sich selbst multipliciret, und das productum nochmahlen mit der ersten Zahl multipliciret.

Definitio XXVIII

Mediiren/oder **halbiren** ist, wenn man eine Zahl mit 2. dividiret.

Definitio XXIX.

Æquiren ist, wenn man zwey oder mehrere Zahlen, ungleicher Grösse, addiret und ihre Summam halbiret.

Scholion.

Hier solte auch definiret werden, was ein numerus fractus sey, gegen denen bishero auf unterschiedliche Art definirten Numeris integris & absolutis; allein, da in der *Sectione* III. Partis I. meiner Mathematischen Anfangs-Gründe mit Fleiß besonders von denen Brüchen soll gehandelt werden, so verweise ich den Lectorem billig dorthin.

Hypothesis X.

Einen Numerum indeterminatum pfleget man mit denen Literis initialibus des kleineren oder grösseren Alphabets zu benahmen, a. b. c. ꝛc. A. B. C. &c.

Definitio XXX.

Eine **gerade Zahl**, *Numerus Par*, ist, die sich durch 2. dividiren lässet, da nichts übrig bleibet, ex gr. 4. 8. 12. 16.

Definitio XXXI.

Eine **ungerade Zahl**/*Numerus impar*, ist, die um eine Unität von der andern differiret, ex gr. 3. differiret von 2, item von 4. um 1.

Annotatio.

Es könten noch sehr viele *Definitiones* **hier angehänget werden; allein/ da ich gesonnen**

nur

nur eine Anleitung zur *Arithmetic* in diesem ersten Theil zu geben/ so hoffe/ diese sollen hinlänglich seyn/ einen Vorschmack in denen *Tyronibus* zu erwecken/ durch welchen sie alsdann angefrischet werden können/ in denen andern *Authoribus* mit mehrern *judicio* nachzulesen. *In specie* könten hier *definiret* annoch werden/ was *Quantitates homogeneæ* und *heterogeneæ*, *item Numeri homogenei* und *heterogenei* wären; allein ich *citire* hiervon *P. Wolff. l. c. p.* 2. 3.

CAPUT II.

Von denen Axiomatibus und Theorematibus.

Axioma I.

Eine jede Zahl und Grösse ist ihr selbst gleich.

Scholion.

So einfältig dieß scheinet zu seyn, so grossen Nutzen giebt es in der Analysi.

Axioma II.

Die Quantitates homogeneæ sind entweder einander gleich, oder ungleich.

Scholion

Die Quantitates homogeneæ sind diejenigen Grössen, da eine die andere übertreffen kan, wenn sie etlichmahl genommen wird, das ist, wenn eine Grösse etlichmahl von der andern subtrahiret wird, und es bleibet entweder nichts übrig, oder doch weniger als sie selbst war, so heissen diese Quantitates homogeneæ. Heterogeneæ Quantitates aber sind diejenigen Grössen, da die eine die andere nicht übertreffen kan, wenn sie auch etlichmahl genommen wird. Demnach sind diejenigen Numeri homogenei, welche alle zu einerley Unität oder Geschlecht können gebracht werden Numeri heterogenei

aber

aber sind, die unter verschiedene Unitäten gehören, ex. gr. Ein Cubus ist ein Cörper, dessen Seiten und Flächen alle einander gleich und zwar viereckigt, ad angulos rectos, seyn: Wenn ich diese Eigenschafft als eine Unität ansehe, die alleine denen Cubis zukommet, so werden alle corpora, die alle Seiten also gleich haben, diese notam Unitatis haben, daß sie Cubi heissen. Wenn man aber die Cubos nach ihrer Materie und nicht allein nach der Figur ansiehet, wie einer höltzern, der andere steinern ꝛc. ist; so sind die Unitates, die vorhero einerley waren, nun divers, und sind 3. höltzerne, 6. höltzerne, 18. höltzerne Cubi Numeri homogenei, die zu einerley Unität referirt werden; allein 9. höltzerne, 6. eiserne, 5. steinerne Cubi sind Numeri heterogenei, die zu diversen Unitäten gehören. Von diesen Quantitatibus homogeneis heisset es nun in dem Axiomate, sie seyen entweder æquales, oder inæquales: Das ist, zwey, drey und mehr Grössen, von einerley Unität und homogeneität, sind entweder æquales, daß eine just so groß ist als die andere, oder inæquales und dieses ist Sonnen-klar. Ein höltzerner Cubus ist dem andern höltzernen Cubo entweder an Grösse gleich, oder ungleich.

Theorema I.

Ein Gantzes ist grösser, als eines seiner Theile.

Ex. gr. Ein gantzer Cubus ist grösser, als wenn ich ihn in 4. Stücke theile und nehme $\frac{1}{4}$.

Theorema II.

Ein Gantzes ist gleich allen seinen Theilen zusammen genommen.

Ex. gr. Ein gantzer Cubus ist so groß, als 4 Theile dessen, darinn er getheilet ward, zusammen genommen.

Theorema III.

Wenn zwey Grössen einer dritten Grösse gleich sind, so sind alle 3. Grössen einander gleich.

Ex.gr. Der Cubus A. wäre gleich dem Cubo B. und der Cubus C. wäre auch gleich dem Cubo A. so muß der Cubus C. auch dem Cubo B. gleich seyn. Ergo sind sie alle drey einander gleich. Wenn A=B und C=A, so muß C=B seyn.

Theorema IV.

Addiret man numeros pares zu numeris paribus, so bestehet die Summa aus numeris paribus.

Ex.gr. 4. ist ein numerus par, addiret man den numerum parem 6, so ist die Summa auch ein numerus par 10.

Theorema V.

Addiret man numerum parem zu einem impare, so giebt die Summa einen numerum imparem.

Ex.gr. Die gerade Zahl 8. und die ungerade Zahl 5. geben zur Summa die ungerade Zahl 13.

Theorema VI.

Addiret man impares zu imparibus, so bringt die Summa einen numerum parem.

Ex.gr. Die ungerade Zahl 5. addiret zu der ungeraden Zahl 9. bringt in der Summa die gerade Zahl 14.

Theorema VII.

Subtrahiret man numeros pares von paribus, so bleibet im Rest ein numerus par.

Ex.gr. Die gerade Zahl 6. von der geraden Zahl 8. subtrahiret, giebt zur Differentz die gerade Zahl 2.

Theo-

Theorema VIII.

Subtrahiret man von einem numero impare einen parem, so bleibet im Rest numerus impar.

Ex.gr. Von der ungeraden Zahl 7. die gerade Zahl 4. subtrahiret, so bleibet im Rest die ungerade Zahl 3.

Theorema IX.

Subtrahiret ungerade von ungeraden Zahlen, so bleibet eine gerade Zahl im Rest.

Ex. gr. Von der ungeraden Zahl 9. die ungerade Zahl 5. subtrahiret, giebt im Rest die gerade Zahl 4.

Theorema X.

Multipliciret gerade Zahlen durch gerade Zahlen, so ist das Product eine gerade Zahl.

Ex gr. Der Numerus par 4. durch den numerum parem 8. multipliciret, giebt zum Product den numerum parem 32.

Theorema XI.

Multipliciret gerade durch ungerade Zahlen, so giebt das Productum eine gerade Zahl.

Ex. gr. Den Numerum parem 8. durch den imparem 3. multipliciret, bringet den numerum parem 24. als das Productum.

Theorema XII.

Multipliciret ungerades durch ungerades, so kommt auch ungerades zum Product.

Ex gr. Die ungerade Zahl 5. mit der ungeraden Zahl 7. multipliciret, giebt das ungerade Product 35.

Theo-

Theorema XIII.

Zwey Zahlen geben allemahl einerley Product, sie mögen durch einander multipliciret werden wie sie wollen.

Ex gr. 3. Sey der multiplicans, 4. der multiplicandus, kommt 12. oder 4. sey der multiplicans und 3. der multiplicandus, kommt auch 12. zum Producto.

Theorema XIV.

Der Character 1. der eine Unität bedeutet, multipliciret und dividiret nichts.

Theorema XV.

Wenn der Divisor und Dividendus einander gleich sind, so ist der Quotus allemahl 1.

Ex. gr. 3. in 3. 1 mal.

Theorema XVI.

Wenn der Divisor kleiner ist als der Dividendus, und doch die Divisio aufgehet, so ist der Divisor ein Theil des Dividendi.

Ex. gr. 4. in 16. habe ich netto 4 mal: Ergo ist 4. der 4te Theil von 16.

Theorema XVII.

Wenn der Divisor grösser ist als der Dividendus, so giebt es einen Bruch im facit, darinnen der Dividendus der Nominator, der Divisor aber der Denominator ist.

Ex. gr. 4 in 2. gehet nicht an: Ergo wird der Dividendus 2. der Nominator, und der Divisor 4. der Denominator ₄.

Thoe.

Theorema XVIII.

Wenn der Divisor kleiner ist als der Dividendus, und gehet doch die Divisio nicht auf, so verhält sich der Divisor zu dem Dividendo wie ein Bruch, dessen Zehler eben dieser Divisor, der Nenner aber der Dividendus wäre.

Ex. gr. 9 in 30. gehet nicht auf, ergo wird der Divisor ein Zehler, und der Dividendus ein Nenner $\frac{9}{30}$ das ist, es verhält sich 9 gegen 30. wie $\frac{9}{30}$ aus 30.

Theorema XIX.

Wenn zwey Zahlen durch einander multipliciret werden, so kommt in dem quotienten allemal der eine Factor heraus, wenn das Productum durch den andern Factorem *dividiret* wird.

Ex. gr. 4 durch 8 multipliciret, giebt 32. dividiret 32 durch 4. kommt in quoto 8. dividiret 32. durch 8 kommt im quoto 4.

Annotatio.

Dieß sind die nöthigsten Theoremata und Axiomata, die ein Anfänger unumgänglich wissen und verstehen muß; die übrigen können in denen Mathematischen Büchern derer weitläufftigeren Authorum nachgelesen werden. Daß ich aber hier keine Demonstrationes zu denen Theorematibus gethan, wie es hätte seyn sollen, ist darum geschehen, weilen diese Theoremata von selbsten so klar, daß sie keiner Demonstration nöthig haben. Wenigstens wird ein jeglicher leicht diese, aus eigenen Kräfften einer gesunden Vernunfft, hinzu setzen können.

Ex. gr. Wenn ich numerum imparem und parem zusammen setze, so ist die Summa ein numerus impar. Warum? Der numerus par minor ist gleich, nach seinen Unitäten, einem Stück des Numeri imparis, von eben so viel Unitäten, wenn nun diejenigen Unitäten, um die der numerus impar

major den minorem parem übertrifft, zu denen zweyen gleichen numeris, nemlich dem pari minore, und dem Stück des imparis majoris = pari minori gethan wird, so muß eine imparitas entstehen, ergo, wenn ein numerus par und ein anderer numerus, der diesem gleich und noch was drüber ist, zusammen kommen, so machet ihre Summa einen numerum imparem aus. So können nun leicht alle diese Theoremata demonstriret werden.

CAPUT III.

Von denen Speciebus der Arithmetic, dem Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren in ganzen Zahlen, auf dem Pappier und mit dem Proportional-Circul.

Problema I.

Eine jede gegebene Zahl auszusprechen, das ist, einem jeden von denen 9 Characteren seinen Valorem zu geben, sie stehen in welcher Ordnung sie wollen.

Resolutio.

I. Theilet die angegebene Zahl in unterschiedliche Classes, also, daß allemal 3 Zahlen in eine Classe kommen, von der Rechten gegen die Lincke anfangend, es mögen zuletzt bey der Lincken eine oder zwey Zahlen nur bleiben.

II. Auf die erste Zahl zur Rechten in der dritten Classe ziehet ein Strichlein, auf die erste Zahl zur Rechten in der fünfften machet zwey Strichlein, auf die erste Zahl zur Rechten der siebenden Classe ziehet drey Strichlein, 2c.

III. Mer-

III. Mercket, die eintzelen Commata, durch welche allemal drey Zahlen in eine Classe gesetzet werden, bedeuten tausend. Das erste Queer-Strichlein oben zeiget eine Million an, die zwey Strichlein bedeuten eine Billion, die drey Strichlein eine Trillion, &c. In einer jeden Classe aber wird die erste, lincker Hand, als Centenarii, die zweyte als Denarii, und die dritte zur Rechten einer jeden Classe als Unitäten ausgesprochen.

Exemplum.

4‴ 123, 745″, 630, 456′, 378, 934

Diese Zahl wird also ausgesprochen: 4 Trillionen, hundert und drey und zwantzig tausend sieben hundert und fünf und viertzig Billionen, sechs hundert und dreyssig tausend vier hundert und sechs und funffzig Millionen, drey hundert und acht und siebenzig tausend neun hundert und vier und dreyssig.

Scholion.

Ohnerachtet das numeriren eigentlich keine besondere species Arithmeticæ ist, so muß doch diese am ersten gelernet werden, indeme man sonsten keine Zahl aussprechen kan, wenn solche aus denen Speciebus heraus kommen, oder sonsten gegeben werden.

Problema II.

Unterschiedliche angegebene Zahlen zu addiren.

Resolutio.

I. Setzet die Zahlen in einer solchen Ordnung unter einander, daß die Unitates unter die Unitates, die Decades unter Decades, die Centenarii unter die Centenarios zu stehen kommen.

II. Ziehet einen Strich unten dafür, alle Confusion zwischen denen Addendis und der Summa zu vermeyden.

III. Addiret erstlich, zur Rechten anfangend, die Unitates, und wenn diese über den Novenarium steigen, so mercket die Decades, und setzet nur die übrigen Unitates unter den Strich. Hernach addiret in dem andern Platz die Denarios, und setzet die in mente behaltene Denarios, von dem ersten Platz derer Zahlen, auch darzu; belauffen sich diese über einen Denarium, so behaltet dieses zu der dritten Reyhe, und verfahret wieder also, und so mit denen übrigen, so wird zuletzt die gantze Summa derer addendorum unter der Linie stehen, welche gleich seyn wird allen Unitäten, Denariis, Centenariis, die in denen oberen Reyhen enthalten sind.

Exemplum.

```
 245678
 172347
 904543
-------
1322568
```

Hier ist in der ersten Reyhe $\frac{8}{\frac{7}{3}}$ ein Denarius, und bleiben 8 Unitäten übrig, diese setze ich unter die Lineam: In der anderen Reyhe $\frac{7}{\frac{4}{4}}$ sind 15 Denarii, und den behaltenen Denarium der ersten Reyhe darzu gethan, sind 16 Denarii, hiervon 10 Denarios in mente behalten, denn diese machen einen Centenarium aus, so setze ich die 6 Denarios unter die Linie. Ferner in der dritten Reyhe $\frac{6}{\frac{3}{5}}$ sind 14 Centenarii, und der eine der in mente aus der vorigen Reyhe behalten worden, sind 15 Centenarii: Nun machen 10 Centenarii einen Millenarium aus; demnach behalte ich diesen in mente, und die übrigen 5 Centenarios setze ich unter

ter die Linie. Ferner in der vierdten Reyhe $\frac{5}{\frac{2}{4}}$ stehen 11 Millenarii, und der in mente aus der vorigen Reyhe behaltene Millenarius, machen 12 Millenarios aus. Demnach setze ich 2 Millenarios unter die Linie, und behalte wieder 10 Millenarios in mente auf die folgende Reyhe, und procedire wieder also, ꝛc. so kommt endlich die gantze Summa heraus.

Demonstratio.

Der Beweiß, daß die Summa so groß sey, als die addendi, ist klahr: Denn weil alle Unitates, alle Decades, alle Centenarii derer gegebenen addendorum zusammen unter die Linie gesammlet werden, so muß nothwendig die unter der Linie herauskommende Zahl, die Summa derer numerorum addendorum seyn.

Scholion.

In dem addiren müssen allemal Zahlen, von einerley Valor und einerley Materie handlend, unter einander gesetzet werden. Nach dem Valore müssen Unitäten unter Unitäten, Decades unter Decades, Centenarii unter Centenarios, &c. gesetzet werden. Nach der Materie müssen Gulden unter Gulden, Creutzer unter Creutzer, Pfund unter Pfund, Loth unter Loth, ꝛc. stehen.

Exemplum.

Fl.	Xr.	pf.
93	35	3
28	29	2
9	=	3
=	20	=
131	26	=

Hierbey ist noch zu mercken, daß, wenn unter denen addendis minoribus ein gantzes, oder deren mehrere heraus kommen, so müssen solche zur folgenden

Reyhe gethan, und die übrigen Theile nur unter die Linie an ihren Platz geschrieben werden. In diesem Exempel machen in der ersten Reyhe zur rechten $\begin{smallmatrix}3\\2\\3\end{smallmatrix}$ zusammen 8 Pfennige, diese sind 2 Creutzer, demnach kommt unter die Linie nichts. In der folgenden Reyhe $\begin{smallmatrix}35\\29\\20\end{smallmatrix}$ komen, mit dene 2 in mente behaltenen Creutzern, 86 Creutzer heraus, deren 60. machen einen Gulden; ergo bleiben 26 Creutzer übrig, die unter die Linie gesetzt werden. In der dritten Reyhe $\begin{smallmatrix}93\\28\\9\end{smallmatrix}$ stehen 130 Fl. der eine aus der mittlern Reyhe behaltene Gulden darzu gethan, machen 131 Fl.

Eben so verfährt man auch in Exempeln mit numeris von andern Materien, wenn man nur Achtung giebt auf die unterschiedliche Eintheilungs-Arten derer Gantzen. Wenn es von Pfunden die Rede, so machen 32 Loth ein Pfund, 4 Quentlein 1 Loth, 2c. Wenn es von Fudern, Eymern, Maassen die Rede ist, so muß man auf die gewöhnliche Landes-Eintheilung sehen, 2c.

Problema III.

Zu beweisen, daß man richtig *addiret* habe.

Resolutio.

I. Werffet aus denen Numeris addendis die Zahl 9. so oft hinweg, als möglich, und was übrig bleibet, das mercket.

II. Thut eben dieß aus der Summa, und sehet wie viel darinnen übrig bleibe.

III. Wenn beyderseits einerley übrig bleibet, so ist die additio richtig geschehen.

Exem-

Exemplum.

34768	8
42397	
77165	8

Problema IV.

Durch Hülffe des *Proportional-Circuls* Zahlen zu Zahlen zu *addiren*, NB. welche die *Lineam Arithmeticam* nicht übertreffen.

Reſolutio.

I. Man ſoll 24 und 44 addiren.

II. Nehmet einen Hand-Circul und ſetzet deſſen eine Spitze in das Centrum des Proportional-Circuls, mit der andern Spitze ſtechet in das Punctum 24. auf der Linea Arithmetica.

III. Mit dieſer Weite ſtellet den einen Fuß des Hand-Circuls in 44. auf des Proportional-Circuls Lineam Arithmeticam, und ſehet in welche Zahl der Hand-Circul alſo einſchlage, NB. auf einem Schenckel alleine, und zwar mit unverrückter Weite des Hand-Circuls, der in 24 geöffnet und in 44. ſtehet.

IV. Dieß wird ſeyn in 68, und ſo viel machet 24 und 44. wenn ſie auch als Zahlen auf dem Pappier addiret werden.

Scholion I.

Der Inventor dieſes fürtrefflichen Inſtruments iſt der berühmte Galilæus Galilæi. Nachgehends haben ſolches noch mehr excoliret unter andern Johannes Faulhaber, Nicolaus Goldmann, Michael Scheffelt und andere mehr. Der Nutzen dieſes Inſtruments iſt unausſprechlich und erſtrecket ſich weiter, als ich hier erzehlen kan. Ich verweiſe die Liebhaber dieſes Circuls auf die Vorrede des Herrn Profeſſoris Matheſeos, *Alberti Veiel*, welche Er dem nützlichen Tractat *Michael Scheffelt*, ſub Tit: Unterricht vom *Proportional-Circul*, beygefüget.

Scholion II.

Die Probe, ob das Centrum an einem Proportional-Circul richtig und accurat sey, als woran alles gelegen, indeme sonst nicht eine Linie recht aufgetragen werden kan, ist diese: Nehmet mit einem Hand-Circul die gantze Länge einer von denen auf dem Proportional-Circul stehenden Linien, alsdann eröffnet denselben, denn dadurch wird das Mittel-Punct verdrehet, und sehet ob die genommene Linie annoch die Grösse habe, nach dem offen-gelassenen Hand-Circul: Trifft es ein, so ist der Stefft in des Proportional-Circuls Gewind, und das Center Pünctlein in den Stefft accurat geschlagen.

Man pfleget es auch wol also zu probiren, daß man den Proportional-Circul gantz herum drehet, und zu einem Lineal machet: Schliesset er sich so nett, daß man eine gerade Linie daraus bekommt, so ist dessen Centrum richtig.

Scholion III.

Es sind unterschiedliche Linien auf dem Proportional-Circul: Scheffelt hat deren dreyzehn, die Lineam Arithmeticam, Geometricam, Tetragonicam, Subtensarum, Reducendorum, Planorum & corporum regularium, Corporum sphæræ inscribendorum, Tangentium, Cubicam, Chordarum, Circuli dividendi, Rectæ dividendæ, Fortificatoriam, Metallicam; Allein zu unsern Anfangs-Gründen der Mathematic wird der Proportional-Circul des *Bion*, dergleichen in seiner Mathematischen Werckschule anzutreffen, gut genug seyn. Dieser hat die sechs fürnehmsten Linien; Auf der einen Seiten stehet I. die Linea Arithmetica, oder partium æqualium, II. die Linea Planorum, III. die Linea Polygonorum; Auf der andern Seiten stehet I. die Linea Chordarum, II. die Linea Solidorum, III. die Linea Metallica. Wenn ein Tyro diese aus meinen Anfangs-Gründen verstehen lernet, so wird es ihme alsdann leicht seyn, von selbsten die übrigen Lineas aus denen Büchern sich begreiflich zu machen.

Annotatio.

Ich solte hier billig den Modum weisen, wie diese sechs Linien auf den Proportional-Circul aufgetragen werden, weilen ich durch die Arithmetic zugleich

gleich auch weisen will, wie man auf dem Proportional-Circul mit Zahlen rechnen, item, wie man in der Geometrie mit Linien, in der Stereometrie mit Cörpern commod durch den Proportional-Circul verfahren soll. Ich halte aber dafür, es werde dienlicher seyn, wenn ich dieses verspahre bis zum Ende dieses Tractats, da ich statt eines Appendicis solches mit anhängen will: Denn, wenn man vorhero aus der Arithmetic und Geometrie, &c. den gehörigen Begriff hat, hiernächst interim auf dem Proportional-Circul die nöthigsten Problemata machen lernet, so wird man noch einmal so leicht den Grund dieses herrlichen Instruments einsehen u. sich verwundern, wie die Gelehrten auf solche Erfindungen geleitet worden. Demnach wollen wir bey einem jeden Problemate, wo es sich thun lässet, gleich auch problematicè auf diesem Instrument verfahren und gantz zuletzt erst weisen, wie diese Linien aufgetragen werden. Solte aber einem der appetit ankommen, solches zum voraus schon zu wissen, so stehet ihm frey, den Appendicem meines Tractats am ersten zu lesen.

Problema V.

Eine kleinere Zahl von einer grösseren zu subtrahiren.

Resolutio.

I. Setzet die grössere Zahl, als den Minuendum, oben an, und die kleinere, als den Subtrahendum, schreibet also darunter, daß die Unitäten unter die Unitäten, die Denarii unter die Denarios, die Centenarii unter Centenarios zu stehen kommen.

II. Ziehet eine Lineam darunter, alle Confusion zu vermeyden.

III. Fanget zur rechten an, und ziehet die untere Zahl nach ihren Unitäten ab von der oberen Zahl ihren Unitäten; hernach die Denarios der unteren Zahl, von denen Denariis der oberen Reyhe; dann die Centenarios von denen Centenariis, &c. und setzet allemal den Rest, was übrig bleibet, unter die Linie; die Unitäten wiederum unter die Unitäten, die Denarios unter die Denarios, &c.

IV. Kommet unter denen Zahlen des subtrahendi eine vor, die vor sich allein grösser wäre, als die Zahl des Minuendi, die über ihr stehet, so entlehnet man eines von der nächst-folgenden oberen Zahl, welches allezeit den Werth 10. hat, bemercket solches mit einem punct bey der folgenden Zahl, und subtrahiret alsdann die untere Zahl von der oberen, die nun durch das entlehnen um 10. ist grösser worden.

V. Komet man aber hernach auf die folgende Reyhe, u. soll die untere von der oberen Zahl subtrahiren, so muß man mercken, daß die obere Zahl um 1. welches 10. bedeutet, geringer anzusehen; und wenn es käme, daß die untere Zahl wieder grösser wäre, als die obere, so entlehnet man abermal von der folgenden oberen eins, und procediret wieder also.

VI. Wenn in dem Minuendo nullen stehen, so entlehnet man immer von der nächst-folgenden Cypher eines, und setzet zu jeder einen punct, bis eine Zahl kommet, und lässet das erste null vor 10. die anderen nullen aber des Minuendi vor 9. passiren. Und so wird eine jede angegebene kleinere Zahl von der grösseren können subtrahiret werden.

Exem-

Exemplum I.		Exemplum II.
86484	Minuendus	8·3·2·4·6
23242	Subtrahendus	47348
63242	Differentia.	35898

Exemplum III.

2·0·0·07·0·3
1345674
655029

Wenn in dem ersten Exempel 2 Unitäten von 4 Unitäten weggenommen werden, so bleiben nur 2 Unitäten übrig, die ich unter die Lineam setze. Wenn von denen 8 Denariis 4 Denarii abgezogen werden, bleiben nur noch 4 Denarii übrig, die unter die Linie gehören. Wenn von denen 4 Centenariis 2 Centenarii wegkommen, bleiben nur noch 2 Centenarii, die unter die Linie kommen, und so fort. Wenn man denen 6 Millenariis 3 Millenarios abziehet, so bleiben im Rest 3 Millenarii, die stehen unter der Linie. Endlich wenn man von denen 8 Decadibus Millenariorum 2 Decades Millenariorum abziehet, bleiben 6 Decades Millenariorum. Und so ist sich die Subtractio am leichtesten einzubilden, wodurch auch die Demonstratio am ersten verstanden werden kan.

Demonstratio.

Die Differenz zweyer Zahlen kommet heraus, wenn man alle Unitates, Decades, Centenarios, &c. einer kleineren Zahl, von denen Unitatibus, Decadibus, Centenariis, &c. einer grössern Zahl wegthut. Nun aber sind alle Theile der kleineren Zahl, zusammen genommen, gleich der gantzen kleineren Zahl, und alle Partes der grösseren Zahl, zusammen genom-

genommen, sind gleich der gantzen grösseren Zahl. Demnach, da richtig die Unitäten übrig bleiben, wenn solche von Unitäten abgezogen werden, item die Decades übrig bleiben, wenn sie von denen Decadibus subtrahiret werden, rc: So muß nothwendig auch die gantze übrig-bleibende Zahl richtig seyn, wenn die gantze kleinere von der gantzen grösseren subtrahiret wird.

Scholion I.

Auch hier müssen allezeit Zahlen von einerley valore und Materia unter einander stehen: Nach dem Valore nicht nur unitates unitatibus, decades decadibus, sondern auch nach der Materie, Gulden unter Gulden, Creutzer unter Creutzer, Pfund unter Pfund, Loth unter Loth, untergesetzt werden. Wenn man nun in solchen Fällen eines entlehnen muß, so gilt dasselbe nicht 10. sondern so viel, als in wie viel Theile das gantze zu zertheilen gewöhnlich ist.

Ex. gr. Wenn ich von einem Gulden eines entlehne und subtrahire doch Creutzer, so gilt das Eins 60. Wenn ich von einem Creutzer eines entlehne, und handle von Pfennigen, so gilt 1 so viel als 4. Wenn ich von Lothen, Lothe subtrahire und entlehne eines von einem Pfund, so gilt dasselbe 32. Und so gehet es auch in Maltern, Metzen, Fuder, Eymer, Maassen, rc. wenn man nur behutsam sich bedencket, so ist alles subtrahiren leicht.

Scholion II.

Der Minuendus muß allemahl grösser seyn, als der Subtrahendus, doch kan man auch gleiches von gleichen subtrahiren; allein Grösseres von Kleineren gehet nicht an. Wenn ein solcher Casus fürfällt, so wendet man es um, subtrahiret doch den Kleineren von dem Grösseren: Die Differenz nimmt man alsdann für einen Defect an, und bemercket es mit dem Zeichen —. Ex. gr. Man soll 12 Ducaten bezahlen und hat nur 4, so subtrahiret 4 von 12. statt daß 12 von 4. solten subtrahirt werden, und saget 4 — 8 das ist 4 weniger 8 hat man an 12 bezahlet.

Problema VI.

Die Probe zu machen, daß man richtig *subtrahiret* habe.

Re-

Resolutio.

Addiret den Rest und den Subtrahendum, wenn die Summa den Minuendum bringet, so ist richtig subtrahiret worden.

Exemplum.

7 6.0.0.0.3.4.2.		Minuendus
4 3 6 7 4 6 7 3	]	Subtrahendus
3 2 3 2 5 6 6 9	]	Differentia
7 6 0 0 0 3 4 2		Minuendus.

Problema VII.

Auf dem ***Proportional-Circul*** **Zahlen von Zahlen zu** ***subtrahi*****ren, wenn sie die** ***Lineam Arithmeticam*** **nicht übersteigen.**

Resolutio.

I. Es sey die Zahl 16 von 46 zu subtrahiren.

II. Nehmet mit einem Hand-Circul die Weite vom Centro des Proportional-Circuls bis auf das 16de Punct der Lineæ Arithmeticæ.

III. Diese Weite behaltet mit dem Hand-Circul, und setzet den einen Fuß in das 46ste Punct der Lineæ Arithmeticæ.

IV. Den andern Fuß des Hand-Circuls lasset auf die Lineam Arithmeticam, gegen dem Centro zu des Proportional-Circuls, NB. auf einen Schenckel alleine, fallen.

V. Bemercket dieß Punct, seine Zahl wird die Differenz seyn zwischen 16 und 46. welche heraus kommen wäre, wenn man auf dem Pappier mit Zahlen subtrahiret hätte; und dieses trifft richtig in 30. ein.

Problema VIII.

Ein bequemes Rechentäffelein zu machen,

in welchen alle *Producta*, die aus der *Multiplicatione Unitatum* entstehen, von dem *Charactere* 1 bis 9. augenblicklich zu finden.

Resolutio.

I. Machet ein Quadratum, so klein als die einzuschreibende Zahlen erlauben, A B C D. theilet alle dessen Latera in 9 gleiche Theile, und ziehet sie durch Parallelas zusammen.

II. Schreibet in die oberste Reyhe A B. und in die forderste Reyhe A C. die neun Characteres, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

III. Addiret 2 und 2 sind 4. und schreibet es unter das obere 2 in das erst-kommende Fächlein. Addiret 2 und 4 sind 6. schreibet es in das unter 1 stehende Fächlein; addiret 2 und 6 sind 8. setzet es in das unter 6 folgende Fächlein, 2c.

IV. Wird man mit denen übrigen auch also verfahren, so wird das Rechentäffelein fertig seyn.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	B
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	
C	9	18	27	36	45	54	63	72	81	D

Problema IX.

Eine Zahl durch die andere zu *multipliciren*.

Re-

Resolutio.

I. Setzet die durch einander zu multiplicirende Zahlen also unter einander, daß die grössere oben stehe, die geringere aber unter diese geschrieben werde, von der rechten den Anfang machende gegen die Lincke.

II. Ziehet eine Linie darunter, damit das Productum von denen Factoribus unterschieden werde.

III. Nehmet aus dem Rechen-Täffelein die Producta jeder zweyer durch einander zu multiplicirenden Zahlen, nemlich also, daß die erstere untere durch alle obere multipliciret werde, und setzet ihre Producta also unter die Linie, daß alles, was über neun ist, in mente behalten, und zu dem künfftigen Producto addiret werde.

IV. Wenn die obere Reyhe Zahlen durch die erste untere also multipliciret worden, und es findet sich noch eine Zahl in der andern Reyhe, so multipliciret auch durch dieselbe alle oberen Zahlen, von der ersten rechter Hand wieder anfangend, und setzet ihre Producta unter die erste Reyhe unter der Linie also, daß ihr um eine Zahl einwärts zur Lincken anfanget, damit sie just unter der zweyten Zahl, mit der man multipliciret, zu stehen komme, und verfahret wieder also, wie in der ersten Reyhe geschehen.

V. Sind noch mehr Zahlen in der untern Reyhe, so thut eben wieder dergleichen.

VI. Wann dieses geschehen, so ziehet wieder eine Linie, und addiret alle die Producta jeder Zahlen zusammen in ein General-Productum, so ist die Multiplicatio verrichtet.

Exemplum.

2463	Multiplicandus
432	Multiplicator
4926	
7389	
9852	
1064016	Productum.

Hier saget 2 mal 3 ist 6. aus dem Rechen-Täffelein, und setzet dieß Productum unter die Linie. Nehmet diesen multiplicatorem wieder, und saget 2 mal 6 ist 12. Hiervon setzet die 2 Unitates unter die Linie, die eine decadem aber, die in 12 stecket, verspahret auf die künftige Zahl. Multipliciret abermal durch 2 die Zahl 4. und saget 2 mal 4 ist 8. und die eine Decas die ich behalten, sind 9. setzet es unter die Linie. Endlich nehmet die letztere obere Zahl und den ersten unteren multiplicatorem 2, saget 2 mal 2 ist 4. setzet es unter die Linie, so ist die obere Reyhe durch die erste untere Zahl multipliciret. Eben so machet es mit dem andern multiplicatore 3 nur daß im untersetzen derer productorum gerad unter 3 herunter der Anfang gemacht werde. Endlich verfahret auch mit dem dritten multiplicatore also, so sind alle Producta gefunden: Addiret diese, so wird das gantze Productum gefunden seyn.

Demonstratio.

In der ersten Reyhe stehen lauter Unitates, so wol oben in der Zahl 3. als unten in der Zahl 2. wenn ich nun sage 2 mal 3 ist 6. so ist es eben so viel, als wenn ich die Unitates 3. so oftmals unter einander setzete, als viele Unitäten die untere Zahl 2. hat, und addirete solche; Ergo stehen unter der Linie alle

le multiplicirte Unitäten der Zahlen 3. und 2. in der Zahl 6.

In der andern oberen Zahl 6. werden lauter Decades angezeiget,* 2 mal 6. ist 12. so ist es so viel, als wenn die Decades 6. so oft unter einander gesetzet und addiret würden, als viele Unitäten der untere Multiplicator 2. hat, nemlich 12 Decades. Von diesen werden 2 Decades unter die Linie gesetzt, und 10 Decades aufbehalten auf die künftige Zahl.

In der dritten oberen Zahl 4. werden lauter Centenarii angezeiget, wenn ich nun sage 2 mal 4 ist 8. so ist es so viel, als wenn ich die Centenarios 4. so oft unter einander setzete, als der Multiplicator Unitäten hat, und addirte sie, so kämen auch 8 Centenarii heraus; diese zu denen in der vorigen Zahl behaltenen 10. Decadibus, die auch 100. machen, addiret, kommen 9. Centenarii, welche unter die Lineam gesetzet werden.

Endlich in der vierdten oberen Zahl 2. stehen lauter Millenarii, wenn ich nun spreche 2 mal 2 ist 4. so ist es so viel, als wenn ich die 2 Millenarios so oft untereinander setzete, als viel Unitäten der Multiplicator 2. hat, und addirete solche, so kämen auch 4 Millenarii heraus, welche unter die Linie gesetzet werden.

Eben so ist die andere Reyhe und die dritte anzusehen; da nun in einer jeden Reyhe die Unitates, Decades, Centenarii, Millenarii, der oberen Zahlen so oft addiret sind, als die untere Zahl Unitates hat, und als Producta unter die Linien geschrieben worden, so begreifft eine jede Reyhe das wahre Productum der untern einen Zahl, durch die oberen Zahlen alle multipliciret.

Wenn endlich alle diese Producta addiret worden, so begreift das Productum generale alle Unitates, Decades, Centenarios, Millenarios der oberen Reyhen, so oft gleichsam addiret, als die untere Zahlen Unitates, Decades, Centenarios und Millenarios hätten: Ergo ist die Multiplicatio richtig.

Scholion I.

Wenn die Factores zur rechten hinten Cyphern haben, so werden sie gleich hinten hinaus gesetzt, und zuletzt zu dem gefundenen Producto addiret.

Exempla.

4768	2760
30	2000
143040	5520000

Scholion II.

Hat der Multiplicator in der mitten Nullen, so lässet man unten nur Platz, und wenn man wieder über die Nullen hinaus mit einer Zahl des Multiplicatoris anfängt zu multipliciren, so setzet man die Producta unter seinen Multiplicatorem: Ex. gr.

```
   3467
   2004
 ------
  13868
 6934
 ------
 712268  707268.
```

Problema X.

Die Probe anzustellen, ob man richtig multipliciret habe.

Resolutio.

I Dividiret das Productum durch den Multiplicandum, so muß im Quoto der Multiplicator heraus kommen; oder dividiret das Productum durch den Multiplicatorem, so wird der Quotient den Mul-

Multiplicandum geben, wenn richtig multipliciret worden.

II. Weil nun aber zu dividiren hier einem Tyroni noch nicht gewiesen worden, so verspahre er solches, bis die Divisio wird gezeiget werden.

Annotatio.

Ich könte hier in einem besondern Problemate zeigen, wie durch Hülffe derer Baciliorum Neperianorum die grösten Zahlen mit leichter Mühe, bloß durch addiren, könten multipliciret werden; allein, da dieses allbereit der berühmte Hr. Professor *Wolff*, in Elementis Arithmeticæ p. m. 37. item der Hr. Prof. *Sturm*, in Mathesi Juvenili p. m. 60. und andere ausführlich beschrieben, über das, die Wahrheit zu bekennen, einer der das Rechen-Täfflein behend innen hat, eben so geschwind mit der gemeinen Multiplication fertig wird, bis ein anderer diese Neperianische Stäblein heraus suchet und in die Ordnung leget; so lasse ich es daher billig hier vorbey.

Problema XI.

Auf dem *Proportional Circul* eine Zahl durch die andere zu *multipliciren*, wenn das *Productum* die *Lineam Arithmeticam* nicht übersteiget.

Resolutio.

I. Es wäre die Zahl 16 durch 4 zu multipliciren.

II. Nehmet die grössere Zahl 16. mit einem Hand-Circul auf dem Proportional-Circul, vom Centro aus der Lineæ Arithmeticæ.

III. Fahret alsdann 4 mahl mit dieser Weite von 16 auf der Linea Arithmetica fort, so wird der Hand-Circul in 64. einschlagen, und so viel kommt her-

heraus, wenn man auch auf dem Pappier 16 durch 4 multipliciret.

IV. Oder nehmt die Zahl 4. setzet sie von dem Centro aus in das 40ste Punct der Lineæ Arithmeticæ, das ist, nehmet die Weite 40. directe, und traget solche transversim von 100 auf 100. in die Lineam Arithmetican. auf beyden Schenckeln: Lasset den Proportional-Circul in dieser Oeffnung, und nehmet mit dem Hand-Circul die Weite von 160 zu 160. transversim: traget diese Weite directè vom Centro aus auf die Lineam Arithmeticam, so wird sie in 64 einschlagen, welches das Productum ist.

Item.

V. Nehmet 4 und 8. durch einander zu multipliciren, so traget entweder die grössere Zahl 8. vom Centro aus directè auf die Lineam Arithmeticam 4 mahl, denn so groß ist der Multiplicator, so wird der Hand-Circul in 32 einschlagen, welches das Productum von 4 mahl 8. ist:

VI. Oder nehmet vor die Zahl 4. auf der Linea Arithmetica 40. an, von Centro aus directè genommen; traget diese Weite transversim von 100 auf 100. und nehmet mit dem Hand-Circul auf unverrückten Proportional-Circul die Weite von 80 zu 80. transversim, und traget sie directè vom Centro aus auf die Lineam Arithmeticam, so wird es eben auch in 32 einschlagen, als dem Producto aus 4 und 8.

Annotatio.

Hier solten zwar einige Hypotheses gesetzet werden; allein wir wollen es nur in einer Annotation mit anhängen.

I. Di-

I. *Directè*, oder nach der Länge auf dem Proportional-Circul verfahren, heisset, wenn man den einen Fuß des Hand-Circuls in das Centrum des Proportional-Circuls stellet, und mit dem andern Fuß die gegebene Zahl auf einer Linie eines Schenckels alleine nimmt.

II. *Transversim* **handeln** heisset, wenn ich eine mit dem Hand-Circul genommene Weite von der einen Linie des Proportional-Circuls, in einem Schenckel, auf eben diejenige Linie des andern Schenckels, zwischen zwey gleiche Zahlen stelle, durch auf- und zuthun des Proportional-Circuls, da man alsdann den Proportional-Circul in solcher Oeffnung lässet, und andere proportionirte Weiten zwischen zwey gleichen Zahlen nimmt, NB. auf eben derjenigen Linie.

III. *Obliquè* verfährt man, wenn man zwischen zweyen ungleichen Zahlen eine Weite und Länge auf einerley Linie nimmt.

IV. **Versuchend** handelt man auf dem Proportional-Circul, wenn das Instrument schon nach einer gewissen Weite eröffnet bleibet, und man mit dem Hand-Circul eine auch schon gegebene Länge darinnen probiret, zwischen welchen Zahlen der verlangten Linie sie wol einschlagen werde.

Dieß muß man wohl mercken, wenn man die künftigen Operationes verstehen lernen will.

Problema XII.

Eine grössere Zahl durch eine kleinere zu *dividi*ren.

Resolutio.

I. Ziehet hinter der gegebenen Zahl, welche der Dividen-

videndus seyn soll, rechter Hand eine kleine Bogen-Linie, welche ins künftige allezeit *Lunula* heissen wird.

II. Fornen lincker Hand ziehet eine lincks-sehende Lunulam, und schreibet dafür den Divisorem, der einmahl vor allemahl gesetzt wird.

Ex. gr.

234) 4683 (

III. Fraget nunmehro wie oft die erste Zahl des Divisoris lincker Hand, in der ersten Zahl des Dividendi lincker Hand stecket, oder wenn die obere Zahl kleiner ist als die untere, so nehmet von dem Dividendo die zwey fordersten zusammen und fraget, wie oft die erste lincke Zahl des Divisoris darinnen enthalten sey, mit dieser Cautel, daß man die gantze Reyhe des Dividendi, so weit als der Divisor darunter gehet, mente durchlauffe und bemercke, ob auch genug übrig bleibe.

IV. Wenn die dritte Zahl also gefunden, daß man nemlich weiß, wie oft der Divisor in dem Dividendo stecke, so schreibet solche hinter die Lunulam; Ex. gr.

234) 4683 (2

V. Multipliciret den Divisorem 234. durch den neuen quotum 2. und das Productum setzet unter den Dividendum also, daß weil der Divisor 3 Zahlen hat, und in dem Dividendo man fornen nicht zwey, sondern nur eine Zahl gegen der ersten Zahl des Divisoris dividiret, der Anfang auch unter der dritten Zahl des Dividendi gemachet werde. Ex. gr.

$$234\,\Big)\begin{array}{l}4683\\468\end{array}\Big(\,2$$

VI. Nun-

VI. Nunmehro subtrahiret das untergeschriebene Productum, welches aus dem quoto und divisore heraus gekommen, von dem dividendo, und den Rest schreibet oben darüber, wenn etwas übrig bleibet.

$$234\ )\ \begin{array}{c}4683\\468\end{array}\ (\ 2$$

VII. Fanget jetzo die Arbeit von neuen wieder an; Nehmet die erste Zahl des Divisoris lincker Hand, und sehet wie offt sie in der nächst-folgenden oberen Zahl des Dividendi stecke. Wenn ihr gefunden, wie offt die untere in der oberen enthalten sey, so schreibet diese neu-gefundene Zahl wieder hinter die Lunulam rechter Hand, und multipliciret durch diesen neuen Quotum den gantzen Divisorem, setzet das Productum wieder unter den Dividendum, um eine Zahl weiter gegen der rechten anfangend, und subtrahiret es alsdann von denen darüber stehenden Zahlen des Dividendi, so ist wieder eine Divisio geschehen. Hier in dem Exempel ist nach der Subtractione kein Rest übrig geblieben, demnach kommt in der zweyten Divisione ein o zum Quoto, und ist die gantze Zahl schon dividiret.

$$234\ )\ \begin{array}{c}4683\\468\end{array}\ (\ 20\ \frac{3}{234}$$

Demonstratio.

In der Multiplicatione ist deutlich demonstriret worden, daß die Unitates, Decades, Centenarii der oberen Zahl, die *Multiplicandus* heisset, so oft in dem Producto unten stecken, als viele Unitates, Decades, Centena-

tenarios, &c. die untere Zahl, die man *Multiplicatorem* nennet, in sich begreifft. Da man nun in dem Rechen-Täfflein dieß alles finden kan, wie viel mal nemlich eine Zahl in der anderen Unitäten, Decades, &c. habe, so ist klahr, daß auch hier in dieser Divisione die gefundene Zahl der richtige Anzeiger sey, wie vielmal die kleinere Zahl nach ihren Unitäten, Decadibus, Centenariis, &c. in der grösseren Zahl ihren Unitatibus, Decadibus, Centenariis, &c. stecke: Ergo ist die grössere gantze Zahl durch die gantze kleinere Zahl in dem quotienten in so viel gleiche Theile zertheilet, dergleichen die untere kleinere Zahl mit allen ihren Unitäten, Decadibus, Centenariis, &c. einen Theil ausmachet.

Problema XIII.

Die *Probe* zu machen, ob man richtig *dividiret* habe.

Resolutio.

I. Der *Quotus* ist, nach der Demonstratione, der Anzeiger, wie oft die untere Zahl, als der *Divisor*, in der oberen Zahl, als dem *Dividendo*, stecke: Ex. gr. 4 in 8. habe ich 2 mal. Hier zeiget der quotus 2. an, daß die Zahl 4. nach ihren vier Unitäten zweymal in der Zahl 8. nach ihren acht Unitäten stecke.

II. Wenn man demnach den Divisorem und den quotum durch einander multipliciret, so gibt das Productum den dividendum wiederum, wenn richtig ist dividiret worden: Ex. gr. 2 mal 4 ist 8. oder das vorige Exempel probiret, stehet also:

```
234 ) 4683 | 20
      468  |

        234
         20
       ----
       4680
          3
       ----
       4683 dividendus.
```

III. Wenn nach der Divisione etwas als ein Bruch überblieben, so addiret man es in der Probe zu dem Producto; wie hier blieb 3 übrig.

Scholion I.

Es ist diese Art zu dividiren die leichteste, geschwindeste, und dienet auch in der Extractione Radicum ein Licht zu geben. Ohnerachtet es nun noch allerhand andere Arten der Division gibt, worbey ich selbsten rathe, daß, wenn man sich eine Methode schon angewöhnet, man bey derselben verbleiben soll; so ist es doch für einen Anfänger, der noch nichts zu dividiren gelernet, am besten, Er lerne diese in Problemate XII. gezeigte Art. Damit nun solche desto besser möchte verstanden werden, so mercke man nur folgende Notamina annoch:

I. Diejenige Zahl des Dividendi, die man genommen, um solche durch die erstere untere Zahl des Divisoris zu dividiren, bemercke man mit einem Punct, so weiß man, wenn die andere Division angehet, bey welcher Zahl des Dividendi man wieder anfangen soll. Diese bemercket man alsdann wieder mit einem Punct, oder Strichlein, so giebt diese Nota wieder die Anzeig, daß man gleich bey der nächst-folgenden Zahl des Dividendi die dritte Arbeit anfangen soll, und so fort.

II. Wenn mitten im dividiren nach der Subtractione nichts übrig bleibet, so setzet man in einer neuen Operation eine Null zum quoto hinter die Lunulam, und fähret gleich um eine Zahl des dividendi wei-

weiter fort, und bemercket sie mit einem Punct oder Strichlein, zum Anzeigen, daß diese nun dividiret werde.

III. Wenn nach der völligen Divisione ein Rest überbleibet, so schreibet man dieses als einen Bruch zum quoto, dessen Denominator der Divisor, der Numerator aber der überbliebene Rest ist.

Die hierbey gesetzte Exempla werden alles deutlicher machen, und wer nur etliche vor sich selbst nachmachen will, wird die Schönheit dieser Art zu dividiren, vor allen lieben.

Exemplum I.

Da die eintzige Zahl des Divisoris gleich die erste Zahl des Dividendi zertheilet und nichts im Rest bleibet, nach vollbrachter Division.

```
              Dividendus.      Quotus
Divisor 2 ) 4 6 2 6 4 8 (  231324
            · · · · · ·
            4
              6
                2
                  6
                    4 8
```

Exemplum II.

Da zwey Zahlen den Divisorem ausmachen, und in dem dividendo gleich die erste Zahl alleine von der ersten Zahl des Divisoris kan getheilet werden, und da nichts im Rest, nach vollbrachter Division, bleibet.

```
         9
24 ) 5 7 6 ( 24
     ·
     4 8
       9 6
```

Ex-

Exemplum III.

Da der Divisor von drey Zahlen, und nichts nach der Divisione überbleibt, auch keine zwey Zahlen im dividendo zuerst zu nehmen sind, sondern nur eine, und da in der Mitte ein o in quotum kommet.

```
             13
           337.792
332 )    36594368   ( 110224
         332
          332
            664
             664
             1328
```

Exemplum IV.

Da man aus dem Dividendo gleich das erste mal zwey Zahlen zusammen nehmen muß, und nach der Divisione ein Rest bleibet, der als ein Bruch zum Quoto geschrieben wird.

```
            1.   25
          1'24338
         54501.0.552
768 )  4387694376   ( 5713143 552/768
       3840
        5376
         768
         2304
           768
           3072
            2304
```

Proba.

Proba.

5713143	Quotus
768	Divisor
45705144	
34278858	
39992001	
4387693824	Productum
552	Rest
4387694376	Dividendus.

Scholion II.

Wenn der Divisor zuletzt Nullen hat, so wirft man sie gleich hinten unter den Dividendum, und dividiret nur mit denen Zahlen: Ex. gr.

42)467 (
0

An statt daß ich setzen solte:

420)467 (

Scholion III.

Ich habe in diesen 4 Speciebus mit Fleiß nicht weitläufftig seyn wollen, weilen eines Theils alle Bücher davon voll sind, andern Theils in allen gemeinen Rechen-Schulen dieß der Jugend richtig genug beygebracht wird. Der Grund ist hier angeführt, so daß auch ein Anfänger, der noch gar nichts rechnen kan, hieraus sich leicht wird helffen können.

Scholion IV.

Zuletzt ist dieses noch zu bemercken: In der Addition können so viele Reyhen Zahlen untereinander stehen, so viel gegeben werden, dieselbe zu addiren: In der Subtractione, Multiplicatione und Divisione aber, finden nur zwey Reyhen unter einander Platz.

Problema XIV.

Auf dem *Proportional-Circul* eine Zahl durch die andere zu *dividiren*, so weit es die Eintheilung der *Lineæ Arithmeticæ* leydet.

Reso-

Resolutio.

I. Es soll die Zahl 45. durch 5 dividiret, das ist in 5 gleiche Theile zertheilet werden.

II. Nehmet mit einem Hand-Circul auf der Linea Arithmetica directè die Weite von 5. aus dem Centro.

III. Traget die Weite fort, bis der fordere Fuß des Hand-Circuls in 45. einschlage, und mercket, wie oft die Weite von 5 sey fortgetragen worden.

IV. Dieß wird neun mal angehen, bis man auf das fünf und viertzigste Punctum der Lineæ Arithmeticæ kommet: Ergo ist der Quotus 9. wenn man 45. durch 5 auch auf dem Pappier mit Zahlen dividirete.

Scholion.

Wenn aber ein Bruch überbleibet, so schreibet man solchen auch aus dem Proportional-Circul dazu, wie sonst gewöhnlich: Ex. gr. Ich solte 36. durch 5 dividiren, so nehme ich aus dem Centro des Proportional-Circuls auf der Linea Arithmetica 5. trage diese fort bis auf die nächste vor 36. welches sieben mal angehen wird, und bleibet ein eintziges über, daß es nicht gar in 36. das letzte mal einschläget: Aus diesem eins mache ich nun einen Numeratorem und aus meinen Divisore 5. den Denominatorem, so ist der Quotient $7\frac{1}{5}$ durch den Proportional-Circul gefunden.

Des I. Theils Der Mathematischen Anfangs-Gründe Von der Arithmetic

Sectio II.

Von denen Numeris Relatis.

CAPUT I.

Von denen Definitionibus und Hypothesibus.

Definitio XXXII.

WAnn zwey Quantitates homogeneæ mit einander verglichen werden, und man findet einige Æqualität unter ihnen, wie viel nemlich eine die andere übertreffe, oder wie oft eine in der andern enthalten, so nennet man diese Vergleichung eine *Rationem*; Und zwar werden die Homo-

mogenea, die mit einander verglichen werden, *Termini Rationis* genennet: Dasjenige Homogeneum, gegen welches man ein anderes vergleichet, heißt *Antecedens*; das andere Homogeneum aber, welches gegen dem erstern verglichen wird, heißt *Consequens*.

Scholion.

Diese Definition handelt generalissimè de *Ratione Quantitatum*, nicht allein de *Ratione Numerorum*, weilen diese Definition sich nicht nur ad commensurabilia erstrecket, sondern auch ad incommensurabilia, das ist, auf alle genera quantitatum, sie mögen Nahmen haben wie sie wollen.

Corollarium I.

Die gesunde Vernunft gibt es demnach, daß eine Vergleichung anfangs unter nicht mehr als zwey Quantitatibus könne angestellet werden, da die Ratio allemahl das dritte ist. Hernach aber lässet sich unter mehrern Quantitatibus, per consequentiam bonam, eine Vergleichung auch machen.

Corollarium II.

Da nun in denen Brüchen die Gegeneinanderhaltung des Numeratoris und Denominatoris unter quantitatibus homogeneis, und zwar nur unter zweyen, angestellet wird, so heisset diese billig *Ratio*.

Corollarium III.

Wenn demnach zwey Quantitates homogeneæ unter sich verglichen werden, ohne daß die dritte Quantitas homogenea darzu komme, so wird entweder die eine Quantitas der andern gleich, oder ungleich seyn, dahero ist es entweder *Ratio æqualitatis*, oder *inæqualitatis*.

Corollarium IV.

Wann die Termini Rationis sind inæquales, so wird entweder der kleinere gegen den grösseren Terminum gehalten, oder der grössere gegen den kleineren: Der kleinere Terminus verhält sich gegen den grösseren, wie ein Theil zu seinem Gantzen; der grössere Terminus aber verhält sich zu dem kleineren, wie das Gantze zu seinem Theil. Demnach gibt mir die Ratio zwischen solchen zweyen Quantitäten zu erkennen, entweder wie offt das kleinere in dem grösseren stecke, oder wie offt das Grosse das Kleinere in sich fasse;

Dieß

Dieß geschiehet nun per Divisionem, und heisset ein solches Verhältniß eigentlich die wahre *Ratio*.

Scholion.

Wenn man dieß recht einsiehet, so wird in der sonst schwehren Lehre de Ratione Quantitatum & Proportione Rationum, ein grosses Licht einem Anfänger aufgehen.

Definitio XXXIII.

Ratio majoris Inæqualitatis ist, welche eine grössere Quantität gegen eine kleinere hat: Ex. gr. Wie sich 6 zu 3. verhält: denn 6 begreift 3. zweymal in sich. *Ratio minoris Inæqualitatis* ist, welche eine kleinere Quantität gegen eine grössere hat: Ex. gr. 3 zu 6. denn 3 stecket in 6. zweymal.

Definitio XXXIV.

Ratio Rationalis ist, welche eine Rational-Zahl gegen eine andere Rational-Zahl hat, Ex. gr. 3 zu 4. *Ratio Irrationalis* ist, welche durch keine Rational-Zahl kan angezeiget werden.

Scholion.

Man nehme zwey Quantitäten, die ungleich sind; wenn man die kleinere Quantität etliche mal abziehen kan von der grösseren Quantität, daß nichts zu letzt übrig bleibt, so ist die Ratio Rationalis: Ex. gr. Es ließ sich die kleinere Quantität 5 mahl von der grösseren abziehen, so hielte sich die kleinere Quantität zur grösseren wie 1 zu 5. wäre also das kleinere $\frac{1}{5}$ von dem grössern; Blieb aber nach der Subtractione etwas übrig, so fragt sichs, ob man eine Zahl, oder einen solchen Theil finden könne, zwischen beyden, der etliche mahl von der kleineren Quantität subtrahiret, ex. gr. 3 mal, nichts übrig ließ, und dann auch etliche mahl von der grössern Quantitate subtrahirt, ex. gr. 7 mal, auch nichts übrig ließ. Gienge dieses an, so wäre doch noch Ratio Rationalis da, denn so verhielte sich die kleinere Quantität wie $\frac{3}{7}$ zu der grössern Quantität; gienge aber auch dieses nicht an, so wäre zwischen solchen Quantitäten eine Ratio Irrationalis, das ist, man könte nicht sagen, der wievielste Theil die kleinere Quantität von der grösseren wäre.

Defi-

Definitio XXXV.

Eine *Ratio composita*, ex. gr. *duplicata* ist, wenn ein Productum aus zweyer Rationum antecedentibus, mit dem Producto aus eben dieser zweyer Rationum consequentibus, in einer neuen Ratione stehet. Eine *Ratio triplicata* ist, wenn das Productum dreyer antecedentium, mit dem Producto dreyer consequentium in einer neuen Ratione stehet: Ex. gr. 16 und 64. ist eine Ratio composita: Denn wenn die Termini also stehen 2 : 4 = 8 : 16. und man multiplicirt 2 mit 8. als antecedentem mit antecedente, so auch 4 mit 16. als die zwey consequentes so kommt die neue Ratio zwischen 16 und 64. heraus.

Definitio XXXVI.

Exponens Rationis, oder *Nomen Rationis*, heist der Quotus, wenn das Antecedens durch das Consequens dividirt wird: Ex. gr. Wie viel die Ratio zwischen 3 und 2 sey, zeiget die Divisio: Denn 3 begreifft 2 in sich $1\frac{1}{2}$ mal, dieß ist der Exponens Rationis; oder in 3 zu 2 ist der Exponens Rationis $\frac{3}{2}$.

Corollarium.

Wenn der Terminus consequens eine Unität ist, so wird das Antecedens selbst zum Exponenten, denn 1 dividiret nichts: Ex. gr. Der Rationis 4. zu 1. ihr Exponens ist 4. und so ist ein jeglicher Numerus integer, gegen einer Unität gerechnet, der Exponens.

Definitio XXXVII.

Wenn zwey Zahlen gegen einander verglichen werden, und der Unterschied, oder die dritte Zahl, wird durch die Subtraction gefunden, so nennet man ihr **Verhältniß**, oder Rationem, eine *Rationem Arithmeticam*.

Wenn aber auf den Quotienten gesehen wird, der durch die Divisionem zwischen zweyen Zahlen

gefunden wird, so nennet man ihr Verhältniß eine *Rationem Geometricam*.

Der Quotus selbst, welcher anzeiget, wie vielmal das Kleinere in dem Grösseren stecke, heist *Nomen*, oder *Exponens Rationis*, oder Ratio schlechterdings, wie die Definitio præcedens schon gewiesen.

Scholion I.

Es ist schon gesagt, daß die zwey Zahlen, zwischen welchen man eine Ration suchet, *Termini* genennet werden: Nachdeme nun eine von beyden Zahlen fornen stehet, nachdem kan auch die grössere, oder kleinere, Antecedens heissen: Ex. gr. in der Ratione der zweyen Zahlen 8 und 7. ist 8. der Antecedens, und ist also grösser als der Consequens 7, und zwar wenn ich dividire 8 durch 7. so ist die Ratio Geometrica $1\frac{1}{7}$. das ist 8 begreifft 7. ein und $\frac{1}{7}$ mal in sich. Ist aber 7. der Antecedens, so ist er kleiner als der Consequens, und nur ein Bruch aus demselben, nemlich $\frac{7}{8}$. Die Ratio bleibt inzwischen einerley. Gleichwol liegt gar sehr viel daran, daß man diese Terminos also betrachte, denn: Wenn das grössere voran betrachtet wird, so giebt es eine *Ration*, als ein Gantzes gegen seinem Stücke; wird das kleinere voran betrachtet, so giebt es eine *Ration*, als ein Stück oder Bruch gegen seinem Gantzen.

Scholion II.

Es müssen lauter Quantitates homogeneæ seyn, deren Rationes man suchet: Ex. gr. so kan ich zwischen einer Linie und einer Fläche keine Rationem suchen.

Scholion III.

Wir wollen die Definitionem mit einem Exempel erklären: Wenn die zwey Zahlen 6 und 18. also mit einander verglichen werden, daß man wissen will, wie viel sie von einander differiren, so wird ihre Ratio *Arithmetica* genennet, weil man sie durch subtrahiren findet, und so ist die Ratio 12. denn 6 von 18. bleibet 12. um so viel differiren beyde Zahlen. Suchet man aber dieser Zahlen 6 und 18. ihren Quotienten, wie offt nemlich 6 in 18. stecke, so geschiehet dieses durch die Divisionem, und dieß Verhältniß wird Ratio Geometrica genennet, der Nahme selbst aber dieser Ration ist hier 3. denn 6 stecket in 18. dreymal,

Deß,

Definitio XXXIIX.

Wenn die Termini Rationis inæquales sind, so stecket das eine in dem andern entweder nur einmahl, doch so, daß etwas übrig bleibet, oder es stecket mehrmahl darinnen, daß nichts übrig bleibe, oder daß auch noch etwas übrig bleibe, NB. in Ratione Geometrica.

I. Wenn ein Terminus Rationis inæqualis in dem andern nur einmahl stecket, und bleibet etwas übrig, so heisset es *Ratio super-particularis*, wenn der Rest in dem Denominatore auch nur eins ist; wenn aber der Terminus minor zwar auch nur einmahl in dem Termino majore stecket, aber der Rest ist mehr als eins, so heisset es *Ratio super-partiens*: In dem ersten Casu setzet man das Lateinische Wörtlein *sesqui* zu dem Bruch; in dem anderen Casu aber setzet man zu dem Zehler des überbleibenden Bruchs das Lateinische Wörtlein *bi, tri, quadru, quintu, sextu, &c.* nachdem der Zehler eine Zahl 2. 3. 4. rc. ist, und saget Ex. gr. Ratio superbi partiens, und alsdann hänget man den Denominatorem in Accusativo hinten an.

II. Wenn ein Terminus Rationis Inæqualitatis mehr als einmahl in dem andern Termino stecket, doch also, daß nichts zum Bruch überbleibe, so heisset dieses *Ratio multiplex*, nachdeme nun eine Zahl in der andern vielmal, ex. gr. dreymal, viermal rc. stecket, nachdeme wird auch diese Ratio multiplex specietenus erklähret, daß sie heisset Ratio tripla, quadrupla, &c.

III. Wenn ein Terminus Rationis Inæqualitatis mehr als einmal in dem andern stecket, und bleibet noch darzu etwas übrig, so bleibet entweder nur

1. übrig, oder mehr: Wenn 1. übrig bleibet, so wird nebst der Multiplicität, die die verglichene Zahlen haben, der Bruch mit *sesqui* ausgesprochen: Ex. gr. 64. zu 12. wenn es durch einander dividiret wird, hat Rationem quintuplam sesqui tertias.

$$\begin{array}{l} 1 \\ 64 \;(\; 5\,\frac{4|1}{12|3} \\ 12 \end{array}$$

Ist aber das überbliebene mehr als 1. in dem numeratore des Bruchs, so benennet man es nach der Vielheit der Unitäten des Zehlers, wie in der Definition gesaget worden: Ex. gr. 69. und 7. haben Rationem 9 und $\frac{6}{7}$ mal, das ist, Rationem noncuplam super sextu partiens septimas.

Scholion I.

Gleichwie viel daran gelegen ist, ob unter zweyen Zahlen, deren Rationem man suchet, die kleinere oder grössere voran stehe; also hat man auch zum Unterschied das wörtlein *sub* genommen: Wenn die kleinere Zahl der Terminus antecedens, so setzet man zu der Ratione allezeit dieses *sub*; ist aber die grössere Zahl voran, so lässet man es hinweg.

Exemplum.

Indeme diese Termini sehr wichtig, und zu wissen höchst nöthig, so setze ich unterschiedliche Exempel dessen:

Ich möchte wissen in welcher Verhältniß 3. und 2. stünden, so dividire ich 3 durch 2. und finde daß die Ratio sey $1\frac{1}{2}$. weil nun die Ratio nur 1. und des Bruchs Zehler nur 1. so wird es nach dem Num. I. Definitionis ausgesprochen *Ratio sesqui altera*: Stünden die termini umgekehret 2. 3. so hieß es Ratio *sub sesqui altera*.

$$\begin{array}{l} 1 \\ 3 \;(\; 1\,\frac{1}{2} \\ 2 \end{array}$$

Item

Item die Zahlen 16. zu 14. stehen nach der Divisione in *Ratione sesqui septima*, das ist in einer und $\frac{1}{7}$ facher Ration; oder, wenn die Zahlen also stünden 14. zu 16. so hieß die *Ratio subsesqui septima*: Ex. gr.

$$\begin{array}{l} 2 \\ 16 \\ 14 \end{array}\Big(1\,\frac{2|1}{14|7}$$

Gesetzt es bliebe aber in Bruch mehr als 1. übrig, ohnerachtet der Quotus, als der Exponens Rationis, doch nur 1. wäre; Ex. gr. 9. 7. oder 7. 9. hat in jenen Casu *Rationem super bi partientem septimas*, man setzet nemlich zwischen das Wörtlein Superpartiens den Zehler, der hier 2. ist, ergo mit *bi* hinein, und den Nenner des Bruchs legt man in Accusativo bey. In dem andern Casu aber, wenn es so stünde 7. 9. wäre es *Ratio sub super bi partiens septimas.*

$$\begin{array}{l} 2 \\ 9 \\ 7 \end{array}\Big(1\,\frac{2}{7}$$

Nach dem Numero II. Definitionis wäre zwischen 4. und 12. die Ratio multiplex, und zwar *Ratio subtripla*, weil die kleinere Zahl voran stehet, denn 4 stecket 3 mal in 12. Hingegen wenn stünde 12. 4. wäre *Ratio tripla*, weil 12. das 4. dreymal in sich begreifft.

Nach dem Numero III. Definitionis, wenn bey der Ratione multiplici noch darzu ein Bruch übrig bleibet, und zwar da der Zehler 1. ist, müsten die Zahlen 64. 12. die *Rationem quintuplam sesqui tertias* haben: Stünden die Zahlen verkehrt. 12. 64. wäre die *Ratio sub quintupla sesqui tertias.*

$$\begin{array}{c} 1 \\ 64 \\ 12 \end{array}\left(5\,\frac{4|1}{12|3}\right.$$

Endlich, wenn bey der Ratione multiplici ein Bruch übrig bleibet, dessen Zehler mehr als 1. ist, so werden ex. gr. die Zahlen 69. 7. seyn in *Ratione noncupla super sextu partiens septimas*; stünden die Zahlen verkehret 7. 69. so wäre es *Ratio sub noncupla super sextu partiens septimas*.

$$\begin{array}{c} 6 \\ 69 \\ 7 \end{array}\left(9\,\frac{6}{7}\right.$$

Scholion II.

So kurtz ich mir vorgenommen allenthalben zu geben in diesen Arithmetischen Anfangs-Gründen, so nöthig will es doch seyn, diese Terminos Rationum ausführlich zu erklähren: Man kan ohne das Verständniß dieser Namen kein Mathematisches Buch lesen, ja die Geduld zerrinnet denen gleich, die Mathematica lesen und solche terminos finden, die ihnen fremde Dinge sind. Um nun denen Anfängern diese desto klärer vor die Augen zu legen, so habe sie in folgende Tabelle zusammen getragen, um solche allemal gleich wiederum in das Gedächtniß zu bringen, wenn sie ausschwitzen solten.

I.

Si Ratio est 1. & remanet 1. pro numeratore Fractionis.

4. 3. Ratio sesqui tertia

3. 4. Ratio sub sesqui tertia

II.

Si Ratio est 1. & numerator fractionis unam unitatem excedit.

8. 5. Ratio super tri partiens quintas

5. 8. Ratio sub super tri partiens quintas.

III.

III.

Si Ratio unam unitatem excedit nullaque remanet Fractio.

64. 8. Ratio octocupla.
8. 64. Ratio sub octocupla.

IV.

Si Ratio unam unitatem excedit remanetque Fractio, cujus numerator est unitas una.

66. 12. Ratio quintupla sesqui altera
12. 66. Ratio sub quintupla sesqui altera.

V.

Si Ratio unam unitatem excedit & in remanente fractione numerator unitatem unam superat

87. 24. Ratio tripla super quintecu vigesimas quartas
24. 87. Ratio subtripla super quintecu vigesimas quartas.

Definitio XXXIX.

Wenn zwey Rationes, zweyer unter sich verglichener Zahlen, wiederum gegen einander gehalten werden, so heisset deren ihr **Verhältniß** *Proportio.*

Scholion I.

Hieraus erhellet klahr, daß anfänglich zu einer *Ratione*, sie mag nun Arithmetica, oder Geometrica seyn, nur zwey Termini, oder Zahlen, der Antecedens und Consequens erfordert werden: Zu einer *Proportione* aber werden allerwenigstens zwey Rationes, und also mithin selbst 4. Termini erfordert, nemlich einer jeglichen Ration ihr Terminus antecedens und consequens. Die Proportio, weil sie in der Vergleichung zweyer Rationum bestehet, ist allezeit einerley Natur; die Rationes aber können unendlich unterschieden seyn.

Scholion II.

Gleichwie die Ratio war Arithmetica, wenn sie durchs subtra-

trahiren gefunden worden, Geometrica aber, wenn der Quotus aus der Division die Rationem gab; also ist auch die Proportio Arithmetica, wenn die Rationes per subtractionem examiniret und verglichen werden; Geometrica aber ist die Proportio, wenn es per Divisionem geschiehet.

Scholion III.

Die Exempel werden es am besten erklären: In diesen zweyen Zahlen 4. 6. ist ihre Ratio Arithmetica 2. denn 4. von 6. bleibt 2. Unter denen Zahlen 8. 10. ist die Ratio Arithmetica eben auch 2. denn 4 differiret von 6. um 2. wie 8. von 10. um 2. differiret. Item in diesen zweyen Zahlen 4. 16. ist die Ratio Geometrica 4. ergo sub quadrupla, denn 4. in 16. habe ich 4 mal. In denen Zahlen 12. 48. ist eben auch die Ratio Geometrica 4. nemlich sub quadrupla, denn 12. in 48. habe ich 4. mal. Demnach nennet man diese zwey Rationes einander ähnlich, und diese ihre Aehnlichkeit wird *Proportio* genennet, und zwar in dem ersten Exempel, da mente subtrahirt worden, heisset sie *Proportio Arithmetica*, in dem andern Exempel, da dividiret wurde, heisset sie *Proportio Geometrica*.

Hypothesis XI.

Wenn in denen Zahlen eine Proportio Arithmetica stecket, schreibet man sie also:

4. 6 ∻ 8. 10. oder 4 — 6 = 8 — 10.

Hypothesis XII.

Wenn eine Geometrische Proportion unter denen Zahlen befindlich, werden sie also neben einander gesetzet. 4. 16 :: 12. 48. oder 4 : 16 = 12 : 48.

Hypothesis XIII.

So wohl in der Proportione Arithmetica, als Geometrica, spricht man die also in Proportione stehende Zahlen auf einerley, und zwar folgende Weise aus:

Wie sich verhält die erste Zahl 4. zu der andern 6. so verhält sich die dritte Zahl 8. zu der vierdten 10. Oder,

Wie sich verhält die erste Zahl 4. zu der andern

dern 16. so verhält sich die dritte Zahl 12. zu der vierdten 48.

Scholion I.

Dieß muß man aber dabey mercken: In der Proportione Arithmetica hat diese Redens-Art folgende Meynung: Um wie viel die erstere Zahl grösser oder kleiner ist, als die andere, um so viel ist auch die dritte Zahl grösser oder kleiner, als die vierdte.

In der Proportione Geometrica aber hat diese Redens-Art folgenden Verstand: Wie vielmal die erste Zahl in der andern, oder die andere in der erstern stecket, so vielmal stecket auch die dritte in der vierdten, oder die vierdte in der dritten.

Scholion II.

Hierbey muß ich nun noch etwas erinneren, welches hier am besten kan verstanden werden, und dessen Nutzen so wohl in dem Feldmessen, wenn ich eine Meß-Kette mit der andern in eine Vergleichung stellen soll, als auch in anderen Scientiis, unaussprechlich ist, und woran sich doch meistens die Anfänger stossen, weil sie selten einen guten Begriff de Proportione haben.

Wenn man Linien, Flächen, oder Cörper hat, welche bloß, ohne die Zahl ihres Innhalts zu wissen, angegeben werden, und ich soll eine Rationem darunter finden, so gehet es zuweilen zwar mechanicè an, daß man findet, wie vielmal eines in dem andern stecke, oder differire, wenn es nemlich gerad aufgehet; allein wenn Stücker überbleiben, so kan man aus einem solchen Bruch hernach mechanicè nicht gleich sagen, was für ein Stück aus dem kleineren es sey, wenn die gegebene Linien, Flächen, Cörper, keine Zahlen haben. Accurat demnach in solchen Fällen zu verfahren, und die wahre Verhältniß zu finden, so theilet solche gegebene Linien, Flächen, ꝛc. die keine Zahlen haben, nach eigenem Wohlgefallen, in Schuh, Zoll, ꝛc. und verfahret alsdann Arithmeticè, wenn ihr eine Proportionem Arithmeticam finden wollet, oder Geometricè, wenn die Proportio Geometrica seyn soll.

Ex. gr. Ich hätte eine lange und eine kurtze Linie, ohne Zahl, wie groß sie wären, deren ihre Rationem kan ich mir nun nicht einbilden, vielweniger dieselbe aussprechen. Demnach

theilet eine von beyden in gewisse gleiche Theile ein, NB. je kleiner die Theile, je besser, und messet dann darnach die andere gegebene, an Zahlen unbekannte Linie, Fläche, rc. so werdet ihr an denen kleinesten Theilen finden, wie viel die eine von der andern differire, oder wie vielmal die eine von der andern, auch nach dem kleinesten Bruch des Uberschusses, begriffen werde. Gesetzt die kleinere Linie, die man nicht gewust nach ihrer Grösse, wäre nach willkührlichen angenommenen Maaß 31. Schuh lang; die grössere, die an Maaß auch unbekannt gewesen, hätte nach dieser angenommenen Eintheilung der kleineren, 97. solche Schuh, so finde ich, daß die kleinere in der grösseren $3\frac{4}{13}$ mal stecket Geometricè, oder um 66. Theile Arithmetice differire von der grösseren. Hätte ich nun diese Eintheilung nicht in 10. als Schuh, sondern in 1000. oder 10000. Theile genommen, so könte ich noch accurater sagen, wie oft jene in dieser stecke; welches mechanice nicht angienge.

Definitio XL.

Wenn sich die erste Zahl verhält zu der andern, wie die andere zu der dritten, daß also in 4 Terminis das andere Glied zugleich die Stelle des dritten versiehet, so heisset dieses *Proportio continua.* Wenn aber die zwey mittleren Termini keine solche, sondern wol eine contrariam Rationem unter sich haben, so nennet man es eine *Proportionem discretam.*

Hypothesis XIV.

Eine Proportio continua Arithmetica wird also geschrieben ÷ 3. 6. 9. Eine Proportionem continuam Geometricam schreibet man also: ∺ 3. 6. 12.

Scholion I.

Gleichwie die Ratio Arithmetica zweyer Zahlen aus der subtractione in der Differenz bestehet, und die Ratio Geometrica aus dem Quoto zweyer Zahlen in der Divisione beurtheilet wird: Item die Vergleichung zweyer Rationum Arithmeticarum eine Proportionem Arithmeticam, die Vergleichung aber zweyer Rationum Geometricarum eine Proportionem Geometricam giebt; also sind beyderley Proportiones entweder continuæ, oder discretæ. Ex. gr. Eine

Pro-

Proportio continua Arithmetica ist, wenn die vier Termini also beschaffen sind, daß zwischen denen zweyen mittelsten eben diese Ratio ist, welche die Proportionem zwischen der Ratione derer zwey erstern Terminorum und der Ratione derer zwey hintern Terminorum ausmachen, denn auf solche Art sind hernach drey Proportiones eigentlich darinnen, oder, weil alles in der Gleichheit bestehet, nur eine Proportio dreyer Rationum in sechs Terminis; welches gar wohl zu mercken, denn so muß man den wahren Begriff de Ratione & de Proportione, so wol Arithmetice als Geometrice, bekommen. So verhält sich 2. gegen 4. wie 4. gegen 6. das ist, 2. differiret von 4. um 2. wie 4. von 6. um 2. differiret und demnach schreibet man es in continua proportione Arithmetica ∵ 2. 4. 6. Item unter denen vier Terminis 2. 4. ∵ 6. 8. stecket auch eine Proportio continua Arithmetica: Denn 2. differiret von 4. um 2. die zwey hinteren Termini 6. und 8. differiren auch um 2. Nun finde daß zwischen denen zwey mittlern Terminis 4. 6. eben auch diese differenz 2. sey; demnach, da alle drey Rationes einerley, in drey mal zwey Terminis mit einander genommen, sind, so heisset es *Proportio continua Arithmetica.* Da man diese Zahlen nun also schreibet 2. 4 ∵ 6. 8. ist es so viel, als wenn es also stünde 2. 4 ∵ 4. 6. Item 4. 6 ∵ 6. 8. das ist, wie sich verhält 2. zu 4. so verhält sich 4. zu 6.* so verhält sich 6. zu 8. Arithmetice.

Eine *Proportio Geometrica continua* ist ex. gr. in diesen Zahlen ∺ 4. 8. 16. denn da ist der mittlere Terminus zugleich der andere und dritte, daß ich sagen kan 4. steckt in 8. zweymal, und 8. stecket in 16. auch zweymal, und ist demnach so viel, als wenn ich es also schriebe: 4 : 8 = 8 : 16. Item unter denen Zahlen 3. 6. 12. 24. ist auch eine Proportio continua, denn zwischen denen zwey vordern Terminis 3. 6. ist ratio subdupla, und zwischen denen zwey hintern Terminis 12. 24. ist auch ratio subdupla. Nun finde ich, daß zwischen denen zwey Terminis mediis 6. 12. eben auch die Ratio subdupla sey, demnach ist die proportio continua, und da es also geschrieben wird, 3 : 6 = 12 : 24. ist es eben so viel, als wenn es also stünde, 3 : 6 = 6 : 12. und 6 : 12 = 12 : 24. das ist so viel mal 3 in 6. stecket, so oft steckt 6. in 12; und so oft 6 in 12. stecket, so oft stecket 12 in 24.

Scho-

Scholion II.

Eine *Proportio discreta* aber ist ex. gr. Arithmetice 6. 12. ∵ 10. 16. Hier hat zwar die Ratio derer zwey vorderen Terminorum mit der Ratione derer zwey hintern Terminorum eine Gleichheit, 6. differiret von 12. um 6. wie 10. um 6. differiret von 16. allein die zwey Termini medii 12. und 10. differiren nicht um 6. von einander, sondern nur um 2. Item in denen Zahlen 6 : 9 = 8 : 12. ist zwar eine Proportio Geometrica, aber nicht continua. Zwischen 6. und 9. ist zwar Ratio subsesqui altera, wie auch zwischen 8. und 12. auch subsesqui altera ist; allein die zwey mittleren Termini 9. 8. haben nicht Rationem subsesqui alteram, sondern sesqui octavam. Demnach sind dieß proportiones discretæ und deren findet man mehr, als derer continuarum.

Definitio XLI.

Eine Progreßio ist eine Reyhe Zahlen, die entweder in Arithmetischer oder Geometrischer Proportione fortsteigen.

Scholion.

Es ist zwischen einer Proportione continua und einer Progreßione kein anderer Unterschied, als daß in Progreßione noch mehr Termini, als vier, in einerley Ratione fortgehen.

Definitio XLII.

Eine *Progresßio Arithmetica* ist eine Reyhe Zahlen, welche durch wiederholte Addition immer grösser, oder durch vielfältige Subtraction immer kleiner wird, in einerley Ratione Arithmetica.

Scholion.

Diese Progreßio Arithmetica pfleget in die natürliche und künstliche eingetheilet zu werden: Die natürliche Progreßio ist, da die Zahlen immer um Eins steigen, oder abnehmen; die künstliche Progreßio ist, wenn die Zahlen um 2. oder 3. oder 4. &c. in beständigen Wachsthum, oder Abnahme stehen.

Progreßio Arithmetica naturalis.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.

12. 11. 10. 9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1.

Pro-

Progressio Arithmetica artificialis.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23.
23. 21. 19. 17. 15. 13. 11. 9. 7. 5. 3. 1.

Item.

1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28.

Definitio XLIII.

Eine *Progressio Geometrica* ist, wenn die Zahlen immer in einerley Ratione steigen, oder auch wohl abnehmen, NB. da die Rationes durch die Division gefunden werden.

Scholion I.

So sind ex. gr. diejenigen Zahlen, die durch die Multiplication steigen, also daß einerley Zahlen immer die Producta wieder multipliciren, aufwärts-steigende Geometrische Progressional-Zahlen; diejenigen aber, die durch einerley Divisorem immer dividiret und die heraus kommen wieder dividiret werden, sind abwärts-steigende Geometrische Progressional-Zahlen.

Progressio Geometrica ascendens in Ratione Geometrica subdupla.

2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512.

Progressio Geometrica descendens in ratione Geometrica tripla.

19683. 6561. 2187. 729. 243. 81. 27. 9. 3.

Denn wenn ich 4 durch 2 multiplicire, kommt 8. Multiplicire ich 8 durch 2. kommt 16. Multiplicire ich 16 durch 2. kommt 32. ꝛc: Item dividiret 19583. durch 6561. bleibt 3. dividiret 6561. durch 2187. bleibt 3. ꝛc. ist also immer einerley Ratio Geometrica unter der gantzen Reyhe Zahlen.

Scholion II.

Indem viele gar keine Progressionem Arithmeticam wollen gelten lassen, als Proportionalem, weilen sie meynen, es sey keine Ratio unter denen Zahlen, die in einer blossen gleichen differentz voneinander stehend fortgehen, so verstehen solche auch durch das Wörtlein *Ratio* bloß die *Rationem* Geometricam, welches zu mercken, damit man sich in denen Büchern nicht verstosse. Und es ist wahr, meistentheils wird Ratio, schlechterdings gesetzt, für eine Geometrica gehalten.

De-

Definitio XLIV.

Wenn man eine Zahl durch sich selbst multipliciret, so wird das Product, das *Quadrat* derselben Zahl genennet; die Zahl aber die mit sich selbst multiplicirt wird, heisset *Radix Quadrati*: Ex. gr. 4 mit 4. als sich selbst, multiplicirt, giebt die Quadrat-Zahl 16. und 4 ist der Radix.

Definitio XLV.

Wenn eine Quadrat-Zahl nochmahlen durch den Radicem multipliciret wird, so nennet man das neue Product eine Cubic-Zahl, und die Wurtzel-Zahl heisset alsdann *Radix Cubi*: Ex. gr. 4 mal 4 ist 16. 4 mal 16 ist 64.

Definitio XLVI.

Extractio Radicis Quadrati ist nichts anders, als diejenige Zahl finden, welche, wenn sie wieder mit sich selbst multipliciret wird, die Quadrat-Zahl heraus bringet.

Definitio XLVII.

Extractio Radicis Cubi heisset diejenige Arbeit, wenn man eine solche Zahl findet, die, wo sie mit sich selbst multipliciret wird, und das Productum nochmahlen mit der gefundenen Zahl multipliciret, die erstere angegebene Zahl wieder bringet.

Definitio XLIIX.

R*egula de Tribus* ist, welche weiset, aus dreyen bekannten Zahlen die vierdte unbekannte zu finden, welche sich nach denen dreyen bekannten proportionaliter verhalte.

Scholion I.

Es heisset diese Regula sonsten auch *Regula aurea*, *Regula Proportionum*, gemeiniglich wird sie genennet *Regula de Tri.*

Scholion II.

Man kan zu dreyen bekannten Zahlen von Arithmetischer

Ver-

Verhältniß, die vierdte finden; Und auch zu dreyen bekannten von Geometrischer Verhältniß, die vierdte heraus bringen: Jenes geschiehet durch additionem und subtractionem; dieses durch multiplicationem und divisionem.

Definitio XLIX.

Regula de Tri simplex directa weiset, zu dreyen bekannten die vierdte Proportionalem also zu finden, daß sich die vierdte zu der dritten verhalte, wie die andere zu der ersten. Ex. gr. 2 giebt 4. was giebt 8? Resp. 16. hier verhält sich 16 zu 8. in Ratione dupla, wie 4 zu 2. in Ratione dupla. Denn 16 begreifft 8. zweymal in sich, wie 4 auch 2. zweymal in sich schließt.

Definitio L.

Regula de Tri simplex inversa ist, welche zwar auch weiset zu drey bekannten die vierdte unbekannte zu finden, allein also, daß sich die vierdte zu der andern verhalte, wie die erste zu der dritten: Ex. gr. 2 schantzen in 16. Tagen so viel, als 4 in 8 Tagen thun. Hier verhält sich 8. der vierdte Terminus, zu 16. dem andern Termino, wie sich 2. der erste Terminus, zu 4. dem dritten Termino, verhält.

Definitio LI.

Regula de Tri composita ist, wenn bey denen drey Haupt-sätzen sich noch andere Neben-Sätze finden: Ex. gr. 3 Soldaten schantzen in 4 Tagen 8 Cubic-Ruthen, was schantzen 9 Soldaten in 10 Tagen. Hier sind die drey Haupt-Sätze 3 giebt 8. was geben 9? die Neben-Sätze aber sind 4 Tage und 10 Tage.

Definitio LII.

Regula Societatis ist, wenn mehrere an einer Sache nach gewisser Proportion Antheil haben, und man findet wie viel auf einen jeden insonderheit komme.

Definitio LIII.

Regula Societatis simplex ist, welche nur aus 3 einfachen

fachen Sätzen bestehet; Ex. gr. Paulus giebt 100. Petrus 270. Thomas giebt 355. und gewinnen 250. wie viel Gewinn bekommet Petrus vor sich, Paulus vor sich, was bleibt dem Thomæ?

Definitio LIV.

Regula Societatis composita ist, wenn bey denen drey Haupt-Sätzen noch Neben-Sätze der Zeit und anderer Umstände sind: Ex. gr. Paulus gibt 100 auf 8 Monat, Petrus gibt 270 auf 5 Monat, Thomas 355 auf 2 Monat, der Gewinn ist 250. oder sie verliehren 250. was trifft Verlust oder Gewinn jeden?

Scholion.

Dieß wären die vornehmsten Definitiones, welche nunmehro, wenn man sich solche verständlich einpräget, die gantze Doctrin von denen Numeris Relatis werden deutlich machen.

CAPUT II.

Von denen Axiomatibus und Theorematibus.

Axioma III.

Eine jede *Ratio Rationalis* muß wenigstens zwey *Terminos Rationales* haben.

Axioma IV.

Es kan keine *Proportio* statt finden, wo nicht vorhero zwey *Rationes* vier *Terminorum* da sind.

Scholion I.

Zwey Dinge haben keine Proportion gegen einander, sondern nur eine Gegeneinanderhaltung ut majus vel minus. Wenn aber vier Dinge zugegen, da das eine gegen dem anderen

deren, und das dritte gegen dem vierdten gehalten wird, so wird die Gegeneinanderhaltung derer zwey erstern Dinge, mit der Gegeneinanderhaltung derer zwey leztern Dinge, alsdann eine *Proportio* geheissen.

Scholion II.

Es kan zwar auch unter drey Dingen eine Proportio seyn, wenn, wie oben schon erwehnet, der mittlere Terminus als ein doppelter, der sich mit dem ersten Termino und dem dritten Termino in einer Ratione findet, angesehen wird, mithin sind doch in der That wieder vier Termini da.

Theorema XX.

Wenn zwey Rationes, oder Verhältnisse, einer dritten Rationi gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

Ex. gr. Die Ratio 1 : 4 = 3 : 12. und die Ratio 1. 4 = 5 : 20. demnach ist auch 3 : 12 = 5 : 20. das ist die Ratio zwischen 1 und 4. und die Ratio zwischen 3 und 12. sind gleich der Rationi tertiæ zwischen 5 : 20. jede ist subquadrupla; Ergo sind sie einander selber gleich.

Theorema XXI.

Alle angegebene Grössen, wenn sie durch eine dritte Grösse multipliciret werden, bringen solche Producta heraus, die sich unter sich verhalten wie die angegebene Grössen.

Es seyen die Quantitates datæ 6 und 12. wenn diese durch die Tertiam quantitatem 3. multipliciret werden, so sind die Producta 18 und 36. Nun verhält sich 6 zu 12. wie 18 zu 36. welches also geschrieben wird 6 : 12 = 18 : 36. Ergo verhalten sich die Pro-

ducta wie die angegebene Zahlen, denn 6 stecket in 12 zweymal, wie 18 in 36. ist also Ratio subdupla.

Theorema XXII.

Wenn man angegebene Grössen durch einerley dritte Grösse dividiret, so verhalten sich beyder Grössen ihre Quoti gegen einander, wie sich die Grössen selbst gegen einander verhalten.

Wenn die Grösse 24. und die Grösse 12. durch die dritte Grösse 3. dividiret werden, so ist der Quotient der ersten Operation 8. Der Quotient in der andern Division 4. Nun verhält sich 8 zu 4. wie 24 zu 12. nemlich in Ratione dupla, 8 begreifft 4 zweymal in sich, wie 24 auch 12 zweymal in sich begreifft: Ergo verhalten sich die Quoti zweyer Grössen durch einerley dritte Grösse, wie sich die zwey Grössen auch verhalten.

Theorema XXIII.

Wenn man zweyer gleicher Rationum **ihre** Terminos antecedentes **nimmt, und** dividiret **solche durch einerley dritte Grösse, so verhalten sich die** Quoti **zu denen** Terminis consequentibus **in einerley** Ratione **gegen einander: Hingegen nimmt man solcher zweyer** Rationum **ihre** consequentes, **und** dividiret **sie durch einerley Zahl, so verhalten sich die** Quoti **zu denen** Antecedentibus **in einerley** Ratione **unter einander.**

Ex. gr. 3. 6 = 12. 24. das ist: Es verhält sich 3 zu 6. wie 12 zu 24. Die Ratio 3 zu 6. ist subdupla, und

und eben so ist die Ratio 12 zu 24. Nehmet eine dritte Grösse an 3. dividiret damit die zwey Terminos antecedentes beyder Rationum 3 und 12. so stünde es also:

$$\frac{3}{3} : 6 = \frac{12}{3} : 24.$$

1. 4.

Nun wird sich der Quotus 1. zu dem Termino consequente 6. verhalten, wie sich der Quotus 4. zu dem Termino consequente 24. verhält, beyde nemlich sind in Ratione subsextupla und stünde also 1: 6 = 4: 24.

Nehmet eben diese dritte angenommene Grösse 3. dividiret damit die Terminos consequentes beyder Rationum 6 und 24. so stünde es also:

$$3 : \frac{6}{3} = 12 : \frac{24}{3}$$

2 8

Jetzo wird sich der Quotus 2 zu dem Termino antecedente 3. und der Quotus 8. zu dem Termino antecedente 12. verhalten in einerley Ratione, nemlich in Ratione sesquialtera.

Theorema XXIV.

Wenn man zweyer gleicher Rationum **ihre** Terminos antecedentes **nimmet, und** multipliciret **sie durch einerley Zahl, so werden die** Producta **mit denen** Consequentibus **einerley Verhältniß haben: Hingegen wenn man dieser zweyer** Rationum consequentes **mit einerley Zahl** multipliciret, **so werden die** Producta **mit denen** Terminis

antecedentibus **in einerley** Ratione **ste-hen.**

Ex. gr.

Es seyen die vorigen Zahlen 3 : 6 = 12 : 24. man multiplicire den Terminum antecedentem 3. mit einer dritten Zahl 3. und den Terminum antecedentem 12. auch mit dieser Zahl 3. so sind die Producta 9. 36.

$$\begin{array}{cc} 3 : 6 = & 12 : 24 \\ 3 & 3 \\ \hline 9 & 36 \end{array}$$

Nun verhält sich das Productum 9. zu dem Consequente 6. wie sich das Productum 36. zu dem Consequente 24. verhält: Beydes ist in Ratione sesquialtera.

Multipliciret die beyden Consequentes mit eben diesser Zahl 3.

$$\begin{array}{cc} 3 : 6 = & 12 : 24 \\ 3 & 3 \\ \hline 18 & 72 \end{array}$$

So werden sich die Producta zu denen Terminis antecedentibus in einerley Ratione verhalten, nemlich in Ratione subsextupla.

Theorema XXV.

Wenn man zweyer gleicher Rationum **ihre** Terminos antecedentes **durch einerley Zahl, u. die** consequentes **durch eine andere Zahl** multipliciret, **so werden die** Producta **einerley** Rationem **unter einander haben.**

Ex. gr.

Es seyen die Rationes derer vier Zahlen wiederum 3 : 6 = 12 : 24. multipliciret die antecedentes durch

durch einerley Zahl 2. und die consequentes durch einerley Zahl 3. so stehet es also:

3 :	6 =	12 :	24
2.	3	2.	3
6 :	18 =	24 :	72

Nun wird sich 6 zu 18 verhalten, wie 24 zu 72: Es ist 6 zu 18 in Ratione subtripla, wie 24 zu 72.

Theorema XXVI.

Wenn man zweyer gleicher Rationum **ihre** Terminos antecedentes **durch einerley Zahl, und ihre** consequentes **durch einerley, obgleich andere Zahl**, dividiret, **so werden die** Quoti **einerley** Rationem **unter einander haben.**

Ex. gr.

Nehmet eben die Zahlen wieder und dividiret, statt des multiplicirens:

3 :	6 =	12 :	24
3.	2	3.	2
1 :	3 =	4 :	12

Hier stecket nun 1 in 3. dreymal, wie 4 in 12. auch dreymal; ist demnach beyderseits unter denen Quotis Ratio subtripla.

Theorema XXVII.

Wenn noch so viele gleiche Rationes **hinter einander stehen**, A : B, C : D, E : F, G : H, I : K, **so ist die** Summa **aller** antecedentium A † C † E † G † I. **zu der** Summa **aller** consequentium B † D † F † H † K. **wie das** antecedens **einer** Rationis A. **zu seinem** consequente B.

Ex. gr.

Es seyen die Rationes similes hinter einander A : B, C : D, E : F, G : H, I : K. 4 : 8. 6 : 12. 5 : 10. 7 : 14. 8 : 16. Addiret nun die antecedentes Terminos alle in eine Summam zusammen, und zwar also: A † C † E † G † J. 4 6 5 7 8. seyn in einer Summa, wenn sie unter einander gesetzet werden. 30. Addiret nun auch alle Terminos consequentes in eine Summam also: B † D † F † H † K. 8 12 10 14 16. Die Summa seye, wenn sie addiret sind, 60. Setzet nun diesen antecedentem 30. und consequentem 60. in eine Rationem zusammen 30 : 60, so wird die Ratio subdupla seyn, gleichwie unter allen in der gantzen Reyhe gesetzten Rationibus jede auch war subdupla.

Theorema XXVIII.

Wenn 4 Quantitates, sie mögen seyn welche sie wollen, unter sich Proportionales sind, A : B = C : D. Wenn 4 andere Quantitates auch unter sich, ob gleich in andern Rationibus, proportionales sind, E : F = G : H und man multipliciret die vier letzteren Quantitates in die vier erstern Quantitäten, allezeit eine in die andere, nach ihrer Ordnung, wie sie unter einander stehen, so werden die Producta unter sich auch proportionalia seyn : A E : F B = G C : D H.

Ex. gr.

Setzet vier Quantitates proportionales:

A:

A : B = C : D.
6 : 12 = 24 : 48.

Setzet vier andere Quantitates, die auch unter sich Proportionales seyn:

E : F = G : H.
3 : 6 = 8 : 16.

Multipliciret die vier letzten Quantitates mit denen vier erstern, nemlich den hintern Consequentem der ersten Reyhe, mit dem hintern Consequente der andern Reyhe, den hintern Antecedentem mit dem untern hintern Antecedente, und so fort:

6 : 12 = 24 : 48
3 : 6 = 8 : 16
―――――――――
18 : 72 = 192 : 768

Diese Producta werden, vermöge des *Theorematis* XXV. auch unter sich proportionalia seyn, denn 18. stehet mit 72. wie 192. mit 168. in Ratione subquadrupla.

Theorema XXIX.

Wenn mehrere Quantitates **in** continuirlicher Proportione **fortgehen**, A, B, C, D, E, **so verhält sich die erste** Quantitas A, **zu der dritten** C, **in** Ratione duplicata, **zu der vierdten** D, **in** Ratione triplicata, **zu der fünften** E, **in** Ratione quadruplicata, &c. NB. **Nach der** Quantitate prima A, **zu der** secunda B, **gerechnet.**

Ex. gr.

Setzet unterschiedliche Quantitates in Proportione continua zusammen:

A, B, C, D, E, F,
2, 4, 8, 16, 32, 64,

Weil nun $\frac{A}{2}$ sich verhält zu $\frac{B}{4}$ wie sich verhält $\frac{B}{4}$ zu $\frac{C.}{8}$ ex hypothesi, da eine proportio continua seyn soll, so muß A B zu B C eine Rationem duplicatam haben, in Ansehung der Quantität A. zu der Quantität B. Denn es ist so viel, als wenn stünde A : B = B : C. oder mit Zahlen 2 : 4 = 4 : 8. **Nun ist eine** *Ratio duplicata*, **wenn ein** *Productum* **aus zweyer** *Rationum antecedentibus* **mit dem** *Producto* **aus solcher zweyer** *Rationum consequentibus* **in einer neuen** *Ratione* **stehet.** Wenn man in denen vier Zahlen 2 : 4 = 4 : 8. die zwey Antecedentes 2 und 4. multipliciret, kommt 8. item die zwey terminos consequentes 4 und 8. multiplicirt, geben das Productum 32. Nun stehen 8 und 32. in Ratione duplicata, gegen denen zwey ersten Quantitatibus 2 und 4. gerechnet. Ingleichen verhält sich A. B. zu B. C. wie A, zu C, denn A B ist 8. BC. ist 32. und A ist 2. und C ist 8. und ist beydes in Ratione subquadrupla: Ergo muß A, oder 2. zu C, oder 8. in Ratione duplicata seyn. Item: **Eine** *Ratio triplicata* **ist, welche das** *productum* **aus dreyen** *antecedentibus Terminis* **dreyer** *Rationum*, **gegen das** *Productum* **dreyer** *Terminorum consequentium* **hat.** Da sich nun in dem gegebenen Exempel A zu B verhält, wie B zu C. und B verhält sich zu C, wie C zu D. welches in Zahlen also stehet:

A B		B C		B C		C D
2 : 4	=	4 : 8.	und	4 : 8	=	8 : 16.

So multipliciret die drey Terminos Antecedentes A B C. oder 2. 4. 8. das Productum wird seyn 64. multipliciret auch die drey Terminos consequentes B C D, oder 4. 8. 16. Das Product wird seyn 512.

Nun

Nun stehen 64: 512. in Ratione triplicata, gegen A zu B. nun sind A B C, oder 64. gegen B C D. oder 512. in dem Verhältniß, wie sich A, oder 2. zu D, oder 16. auch verhält: denn 2. stecket in 16. auch 8 mal, wie 64. in 512. auch 8 mal stecket, und ist jedes in Ratione sub octocupla: Ergo ist A zu D in Ratione triplicata und so ferner.

Theorema XXX.

Alle Rationes compositæ, **die nemlich aus andern** Rationibus **zusammen gesetzet werden, sind unter sich** æqual, **wenn die** Rationes singulæ **denen** Rationibus singulis, **aus welchen sie zusammen gesetzet worden, einander** æqual **waren.**

Ex. gr.

Es seyen die Rationes simplices folgende:

6: 3=4: 2.
3: 1=12: 4.
5: 1=20: 4.

Diese Rationes verhalten sich in einer æqualität unter sich: denn zwischen 6 und 3. ist die Ratio dupla, wie zwischen 4 und 2. Item zwischen 3 und 1. ist die Ratio tripla, wie zwischen 12 und 4. und so ist auch zwischen 5 und 1. die Ratio quintupla, wie zwischen 20 und 4. Wenn nun diese Rationes zusammen gesetzet werden, das ist, wenn die Termini antecedentes mit einander multipliciret werden, und die Termini consequentes auch, nemlich 6 durch 3. und des Product 18 durch 5. so kommt 90. heraus: Item den Consequentem 3 durch 1. und 1. bleibt 3. Item den Antecedentem 4 mit 12. das Productum 48. mit 20. kommt 960. Item den Consequentem 2 durch

4. ist 8. und das Product 8 durch 4. ist 32. so stehet es also:

$$\begin{array}{l} 6:\ 3=4:\ 2 \\ 3:\ 1=12:\ 4 \\ 5:\ 1=20:\ 4 \\ \hline 90:\ 3=960:32 \\ \quad =30 \end{array}$$

So wird man sehen, daß alle diese compositæ Rationes unter sich æqual worden seyn, da die Rationes singulæ auch denen singulis æqual waren: denn 90. begreifft 3 in sich 30 mal, wie 960 auch 32 in sich 30 mal begreifft.

Theorema XXXI.

Eine jede Quadrat-Zahl, deren Wurtzel, oder Radix, aus zwey Zahlen bestehet, begreiffet in sich I. das Quadrat der ersten Zahl; II. ein Product, welches herkommet, wenn man die erste Zahl duplirt und mit solchem duplo die andere Wurtzel-zahl multipliciret; III. und dem Quadrat der anderen Zahl.

Ex. gr.

Es sey der Radix 24. oder 20 + 4. wenn man diese Zahl, nach der *Definitione* XLV. mit sich selbst multipliciret, so kommt die Quadrat-Zahl 576. heraus. Daß dieses wahr sey nach diesem Theoremate, zeiget sich nun also: I. soll man die erste Zahl 20. mit sich selbst multipliciren, so erlanget man das Quadrat der ersten Zahl 400. II. Hernach soll man die erste Zahl 20. dupliren ist 40. und solches duplum durch die andere Zahl des Radicis 4 multipliciren ist das Productum 160. III. Endlich soll man auch die andere Zahl des Radicis 4. mit sich selbst multipliciren, oder

oder quadriren, so kommet das Quadrat 16. Aus diesen dreyen Stücken bestehet die *Quadrat*-Zahl, wenn der Radix zwey Zahlen hat: Denn diese 3 Stücke addiret, bringen 576. zur □ Zahl.

400	Quadratum primi numeri.
160	Factum ex duplo primi numeri & numero secundo.
16	Quadratum secundi numeri.
576	Quadratum totius Radicis.

Scholion I.

Daß ich hier in der Radic-Zahl 24. sage die erste Zahl 2 sey 20. das ist bekannt: Denn diese Characteres derer Zahlen bedeuten in dem ersten Platz zur rechten Unitäten, in dem andern Platz gegen die lincke Decades, in dem dritten Centenarios, &c. Wenn ich demnach 20 zu 20. zwantzigmal addire, oder compendiöser, 20 durch 20 multiplicire, so kommt ihre Quadrat-Zahl, nemlich 400. heraus.

Scholion II.

Es giebt dieß ein fürtreffliches Licht, wenn man auf den modum Extractionis Radicis Quadrati kommet, den Grund zu finden, warum die Extractio auf solche Art, wie sie geschiehet, eigentlich geschehen müsse.

Corollarium.

Wenn der Radix aus mehr denn zwey Zahlen bestehet, so werden alle die vorderen zur Lincken, ohne die erste zur Rechten, vor eine Zahl angesehen und erstlich quadriret, hernach aller derer vorderen Zahlen Summa dupliret, und mit der letzten zur Rechten multipliciret und endlich die hinterste Zahl zur Rechten auch quadriret, so kommet die Quadrat-Zahl auch also heraus, daraus denn erhellet, daß jedes *Quadrat* in sich enthalte die *Quadrate* aller Theile der Wurtzel, und die *Producta* aus jedem Theil zweymal genommen in alle die übrige, so von ihm gegen die Lincke stehen. Ex. gr. Es seye die Radix 322. nehmet 320. vor den ersten Theil an, und 2 vor den andern Theil, wird 320 mit sich selbst multipliciret, so ist $320^2 = 102400$. Dupliret man 320. und multipliciret das duplum durch 2. als den andern Theil des Radicis, so ist $2.320.2 = 1280$. nimmt man

man den andern Theil des Radicis 2 und multipliciret ihn mit sich selbst, so ist $2^2 = 4$ dieß zusammen bringt die Quadrat-Zahl des Radicis 322. welche ist 103684. die eben auch heraus kommet, wenn man 322 mit sich selbst multiplicirt hätte.

$$320^2 = 102400$$
$$2 \cdot 320 \cdot 2 = 1280$$
$$2^2 = 4$$
$$322^2 = 103684$$

Theorema. XXXII.

Wenn die Cubic-Wurtzel aus zweyen Theilen oder Zahlen bestehet, so begreift der gantze Numerus Cubicus in sich I. Die Cubic-Zahlen beyder Theile. II. Zwey Producta aus denen Quadrat-Zahlen jedes Theils in dem andern Theil dreymal genommen.

Exempli gratia.

Eine Cubic-Zahl bekommet man, wo der Radix mit sich selbst multiplicirt und das Productum nochmalen mit dem Radice multipliciret wird, nach der *Definitione XLVI.* nun bestehen, nach dem *Theoremate XXXI. præced.* die Quadrat-Zahlen der zweytheiligen Radicum, aus denen Quadrat-Zahlen der beyden Theile, und aus dem Product, welches herkommet, wenn man den einen Theil zweymal nimmt, und durch den andern multipliciret. Ergo bestehet die Cubic-Zahl einer solchen Radicis, I. aus denen Cubic-Zahlen der ersten Theile; II. In dem Producto aus dem Quadrat des ersten Theils dreymal genommen, durch den andern Theil multipliciret; III. In dem Product aus dem Quadrat des an-

andern Theils dreymal genommen in dem erſten; IV. Aus dem Cubo des andern Theils des Radicis, e. g. Es ſey der Radix 24. wenn dieſes mit ſich ſelbſt multipliciret wird, kommt $24 . 24 = 576$. wird dieß Productum, oder quadratum, nochmalen mit dem Radice multiplicirt, ſo iſt $24 . 576 = 13824$. Nun beſtehet dieſe Cubic-Zahl erſtlich aus dem Cubo des erſten Theils des Radicis 20, dieſer iſt, $20 . 20 = 400$, und $20 . 400 = 8000$. Zweytens aus dem Triplo Quadrati partis primæ, multiplicirt durch den andern Theil des Radicis; dieſer iſt nun. $3 . 20^2 . 4 = 4800$. Drittens aus dem Triplo quadrati partis ſecundæ, multipliciret durch den erſten Theil, welches iſt. $3 . 4^2 . 20 = 960$. Vierdtens aus dem Cubo partis ſecundæ $4^3 = 64$. Dieß zuſammen machet den Numerum Cubicum aus: Ergo beſtehet die Cubic-Zahl aus denen Cubis beyder Zahlen der Wurtzel, und aus dem Triplo des Quadrats der erſten Wurtzel-Zahl, multiplicirt durch die andere Zahl des Radicis, und aus dem Triplo des Quadrats der andern Zahl des Radicis, multiplicirt mit der erſten Zahl der Wurtzel. E. gr.

24. Radix.

$20^3 =$	8000	Cubus Partis primæ Radicis;
$3 . 20^2 . 4 =$	4800	Triplum quadrati partis primæ in ſecundam
$3 . 4^2 . 20 =$	960	Triplum quadrati partis ſecundæ in primam;
$4^3 =$	64	Cubus Partis ſecundæ Radicis
$24^3 =$	13824	Cubus totius Radicis.

Corollarium.

Wenn der Radix aus mehr als zwey Zahlen beſtehet, ſo

nimmt

nimmt man die lincker Hand stehende alle vor einen Theil, und die hinterste rechter Hand vor den andern Theil an, und verfähret wie in Theoremate gewiesen worden, woraus Sonnen-klar erhellet, daß eine jede Cubische Zahl bestehe aus denen Cubis aller einzelen Theile des Radicis, und aus denen Productis Tripli des Quadrati einer jeden lincken Zahl, mit der nächsten rechten multipliciret, und aus denen Productis Tripli des Quadrati einer jeden rechten Zahl, mit der nächsten lincken multipliciret.

Ex. gr.

Es seye der Radix $244.^3 = 14526784$. nun nehmet 240. vor den einen Theil, und also 4 vor den andern Theil des Radicis an, so wird der Cubus seyn des ersten Theils $240^3 = 13824000$. Ferner das Triplum Quadrati des ersten Theils mit dem andern Theil multipliciret, wird seyn: $3.240.4 = 591200$. Darauf das Triplum Quadrati des andern Theils mit dem ersten Theil multipliciret, wird seyn: $3.4^2.240 = 15360$. Endlich der Cubus des andern Theils des Radicis ist 4^3. 64. Dieß zusammen machet die gantze Cubic-Zahl: 14526784.

$240^3 =$	13824000.	Cubus Partis primæ
$3.\ 240^2.\ 4 =$	691200.	Tripl. quadrati Part. I. in secundam.
$3.\ 4^2.240 =$	11520.	Tripl. quadrati. Part. II. in mam.
$4^3 =$	64.	Cubus Partis secundæ.
$244^3 =$	14526784.	Cubus totus Radicis.

Scholion.

Wenn man sich dieses wohl einpräget, aus was für Theilen die numeri Cubici zusammen gesetzet werden, so wird die Extractio Radicis Cubi, so dunckel und schwehr sie auch sonsten scheinet, dennoch leicht begreifflich werden.

Theorema XXXIII.

In einer Arithmetischen Proportione ist die Summa der beyden äussersten Terminorum gleich der Summæ der beyden mittleren Terminorum.

Ex.

Ex. gr.

3. 5 ∻ 8. 10.			12. 24 ∻ 48. 60.		
10.	5		60	24	
13	=	13	72	=	72

Corollarium.

Wenn in einer Proportione Arithmetica das andere Glied mit dem dritten überein kommt, so ist die Summa der beyden äussersten Terminorum gleich dem mittleren Termino doppelt genommen, weilen es in solcher Proportione continua eben so viel ist, als der mittlere Terminus zwey mal.

∻ 3. 5. 7			∻ 8. 12. 16.		
7			16		
10	=	10	24	=	24

Scholion.

In der Logarithmischen Rechnung wird dieses unten in der letzten Sectione dieses Partis I. viel Nutzen zeigen.

Theorema XXXIV.

In einer Geometrischen Proportione, da vier Termini und zwey Rationes sind, ist das Product der zweyen äussersten Terminorum gleich, dem Product der zweyen mittleren Terminorum.

Ex. gr.

4 : 8 = 24 : 48			2 : 8 = 4 : 16		
48	8		16	8	
192	=	192	32	=	32

Corollarium.

Kommet es, daß eine Proportio continua zwischen 4 Terminis ist, da der mittlere Terminus die Stelle des dritten mit versiehet, so ist das Product der zwey äussersten Terminorum gleich dem Quadrato der mittleren Zahl, wenn sie nemlich mit sich selbst multipliciret wird.

∺ 16 : 32 : 64

64		16.
1024	=	1024

Theo-

Theorema XXXV.

Wann die Quantitates proportional sind, so verhält sich auch Wechsels-weise die erste zu der dritten, wie die andere zu der vierdten.

Ex. gr.

4 : 8 = 16 : 32

Scholion.

Dieß wären die vornehmsten Theoremata, welche bey der Tractatione Numerorum* voraus billig müssen betrachtet und in das Verständniß gebracht werden: Denn wenn man diese wohl einsiehet, so sind die Problemata und deren Resolutiones um so leichter zu begreiffen.

* relatorū

CAPUT III.

Von der Extractione Radicis Quadrati & Cubi.

Problema XV.

Aus einer gegebenen *Rational*-Zahl die *Quadrat*-Wurtzel zu ziehen.

Resolutio.

I. Machet am allerersten das Quadrat-und Cubic-Täffelein, darinnen aller Zahlen von 1. bis 9. ihre Quadrata und Cubi anzutreffen, welches leicht ist, nach denen bisherigen Definitionibus.

Radix	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadratum	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubus.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

II. Nun sey die angegebene Quadrat-Zahl 7011904. aus dieser soll der Radix gezogen werden; So zie-

Ordo in extrahendo radice pro juvandâ memoria.

Dupla, divide, duc, productum subtrahe — — et tandē subtrahe factū.

ziehet, wie im dividiren, hinter der letzten rechter Hand eine Lunulam, und fanget bey der ersten zur rechten an zu punctiren, überhüpffet eine, und setzet ein Punct unter die dritte Zahl, überschreitet wieder eine, und setzet ein Punct unter die fünfte Zahl und so fort, bis die gantze gegebene Zahl also punctiret sey, es mag nun hernach unter die letzte zur lincken ein Punct kommen, oder nicht.

III. Hierauf nehmet die vorderste punctirte Zahl zur lincken, sie mag nun alleine mit ihren Punct stehen, oder noch eine unpunctirte vor ihr haben, in welchem Fall solche darzu zu nehmen, und gehet mit solcher in das Wurtzel-Täffelein, und sehet, ob sie darinnen unter der mittleren Reyhe der Quadrat-Zahlen anzutreffen: Stehet sie darinnen, so sehet hinauf in die oberste Reyhe des Wurtzel-Täffeleins, was für einen Radicem dieß Quadratum habe, solchen setzet hinter die Lunulam, die Quadrat-Zahl selbst aber unter die vorderste punctirte Zahl. NB. Wo aber die vordere punctirte Zahl des gegebenen Exempels nicht just in dem Wurtzel-Täffelein stünde, so siehet man, welche unter denen Quadrat-Zahlen darinnen nach ihr die **nächst-kleinere** seye, deren ihren Radicem setzet also dann hinter die Lunulam, und ihr wahres Quadrat unter die vorderste punctirte Zahl. Ex. gr.

$$\begin{array}{l} \dot{7}0\dot{1}1\dot{9}0\dot{4}\,(\,2 \\ 4 \end{array}$$

IV. Ziehet das Quadrat 4. von der oben stehenden Zahl 7. ab und mercket, diese Arbeit wird nur in jedem Exempel anfangs einmal verrichtet,

```
3
7011904 (2
4
```

V. Dupliret den Quotienten, oder multipliciret solchen mit 2. und setzet das Product immediate neben das unten hingesetzte Quadrat 4. so stehet es also:

```
3
7011904 (2
44
```

VI. Mit diesem also duplirten Quotienten 4. dividiret mente die obere Zahl, und saget 4 in 30. habe ich 6 mal: Schreibet sogleich diesen neuen Quotienten 6. hinter die Lunulam und neben den duplirten ersten Quotienten, und auch unter sich selbst, so stehet es also:

```
3
7011904 (26
446
  6
```

VII. Ziehet einen Strich unter das 6. und multipliciret das untere 6. mit dem darüber stehenden 46. das Product subtrahiret von der oberen Zahl 301. so ist die erste Operation vollbracht, und stehet also:

```
3.25
7011904 (26
446
  6
-----
276
```

VIII. Ziehet, alle Confusion zu vermeyden, perpendiculariter eine Linie unter der letzt-ausgestriche-

nen

nen Zahl 6. und eine Linie oben von 1 herunter, und die dritte Linie von 9 herunter, also:

```
3.25
70.11904  (26
446 ||
  6 ||
----
276 ||
  | ||
```

IX. Nunmehro dupliret den gantzen Quotienten und das Product, fanget an unter die mittlere *Linie* fort-gegen die lincke zu schreiben, also, daß die Zahlen ordentlich unter Zahlen kommen, so stehet es also:

```
3.25
70.11904  (26
446 ||
  6 ||
----
276 ||
  | ||
  52
```

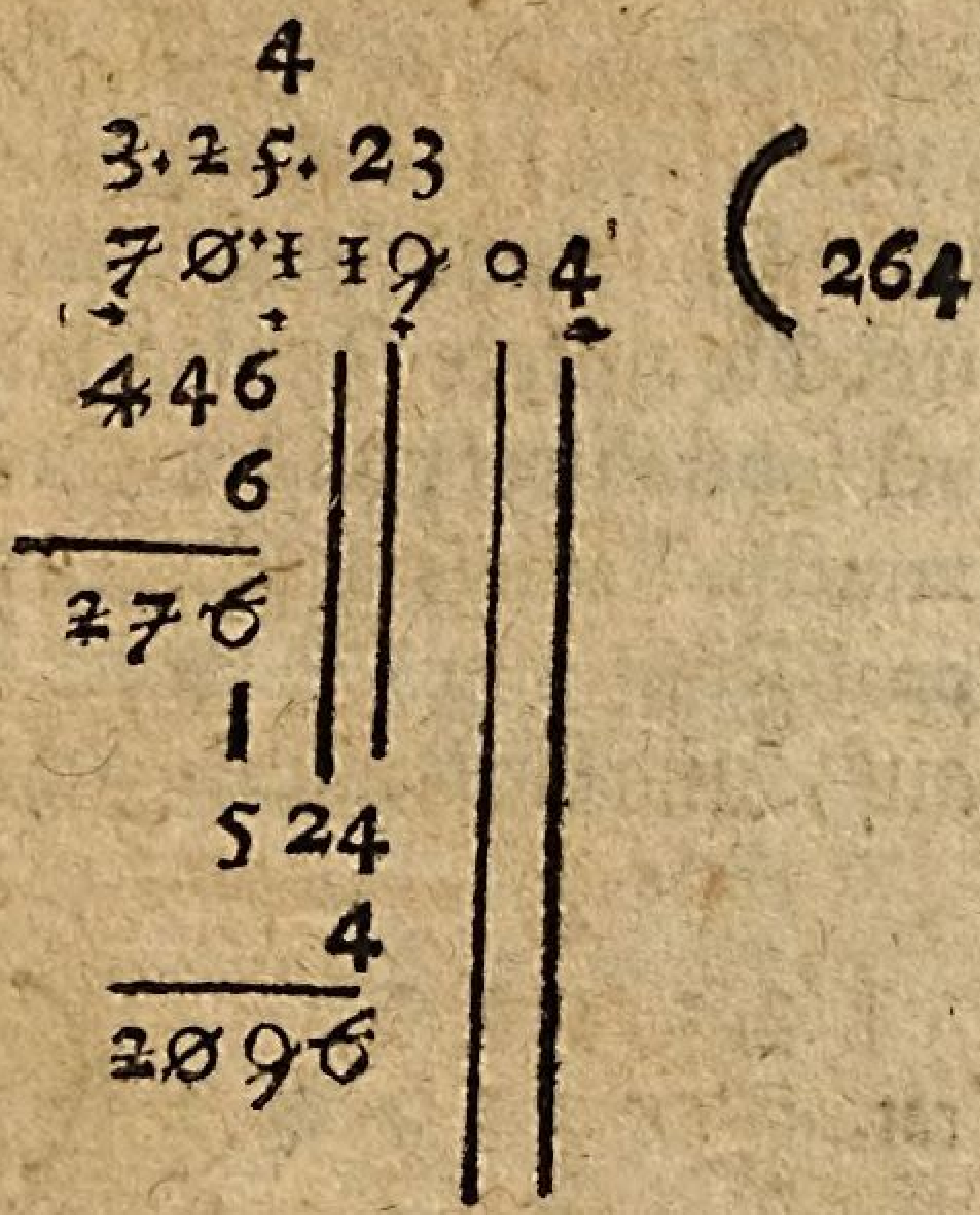
X. Fanget die vorige Arbeit wieder an: Dividiret mente mit dem unten stehenden duplirten Quoto 52. die über ihme befindliche Zahl 251. saget 5 in 25 habe ich 4 mal; setzet diesen neuen Quotum 4. hinter die Lunulam, item unten neben den Divisorem, und wieder unter sich selbst, so stehet es also:

```
   3.25
   70.11904  (264
   446
     6
   ----
   276
      |
    524
      4
```

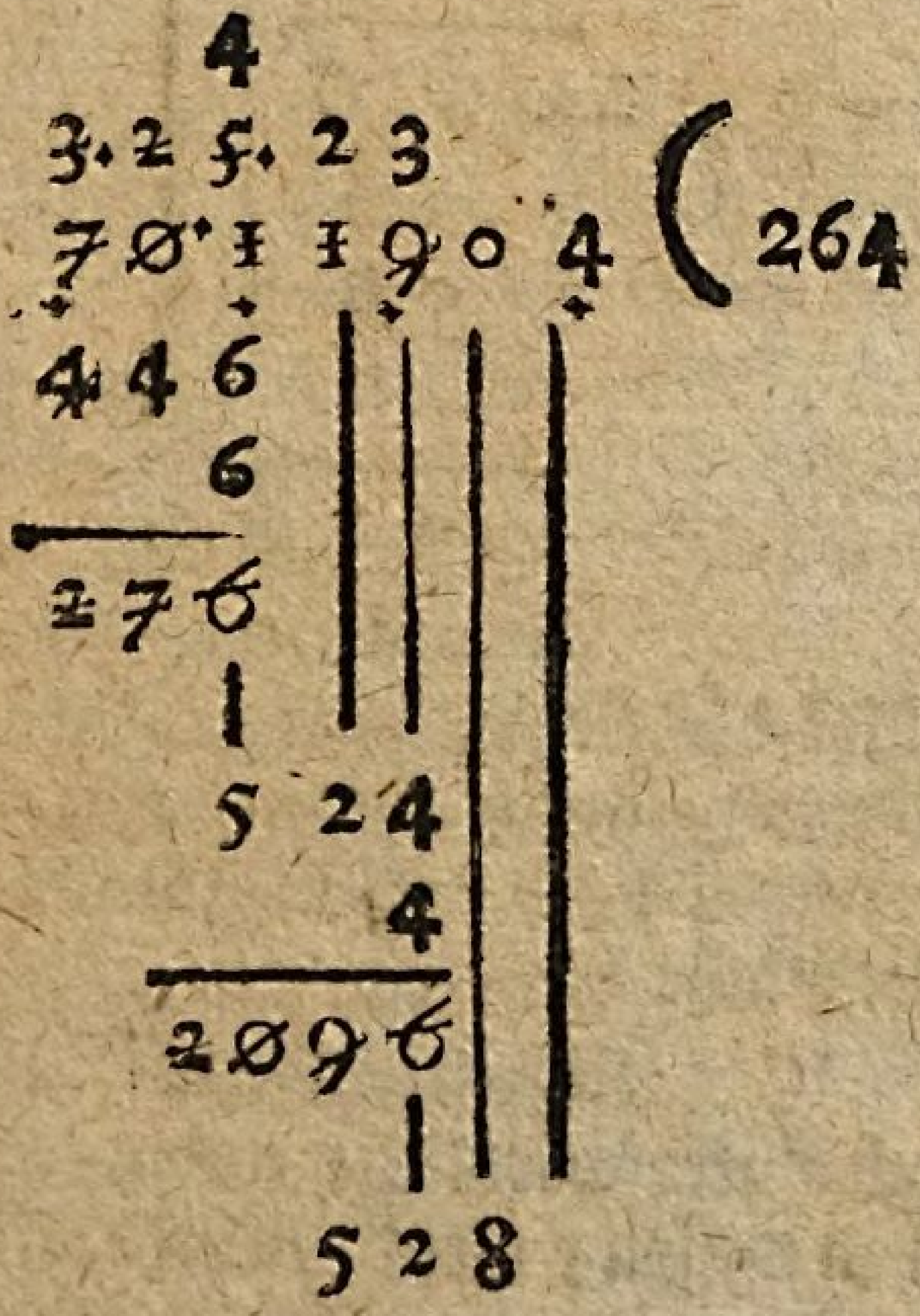
XI. Ziehet abermal eine Linie unten vor, multipliciret 524 durch 4. das Productum subtrahiret von der oberen Zahl 2519. so ist wieder eine Operatio geschehen.

```
     4
   3.25.23
   70119 04  (264
   446
     6
   ----
   276
     |
    524
      4
   ----
   2096
```

XII. Fanget die vorige Arbeit wieder an, ziehet abermahlen drey Linien, eine von der letztern, rechter Hand unten ausgestrichenen Zahl 6. herunter, die zweyte von der oberen Zahl 0. und die dritte von der letzten Zahl 4. herab, so stehet es also;



XIII. Dupliret nunmehro den gantzen Quotum, das Productum fanget wieder an unter der **mittlern** Linie gegen die lincke hinzuschreiben.



XIV. Dividiret wieder mente, saget 5 in 42. habe ich 8 mal: setzet diesen neuen Quotum hinter die Lunulam, und unten zu dem duplirten Quoto unter die letzte Linie und auch unter sich selbst: Multipliciret die untere Zahlen durch einander, das Product subtrahiret von der oberen, so ist die völlige Extractio Radicis geschehen, und weil es eine Rational-Zahl war, so gehet es in der Subtractione auf, und die Radical-Zahl ist 2648.

```
                        4
              3. 2  5. 2  3
Num. quadrat. 7  0. 1  1  9  0  4  ( 2648 Radix.
              4  4  6
                    6
              ------
              2  7  6
                    1
                    5  2  4
                          4
                 ---------
                 2  0  9  6
                          1
                       5  2  8  8
                                8
                       ----------
                       4  2  3  0  4
```

Scholion I.

Auf solche Art düncket mich, könne ein Anfänger die Extractionem Radicis Quadrati am leichtesten lernen, und wo er nur etliche Exempel nach dieser Methode machet, wird er von selbsten die gantze Arbeit fassen.

Scholion II.

Es sind noch unterschiedliche notamina bey dieser Extractione nöthig zu wissen, welche in ordentlicher Reyhe anführen, und überall ein Exempel darzu geben will, so wird die Extractio selbst dadurch noch mit mehrern zugleich erläutert.

I. Wenn

I. Wenn nach dem Punctiren zur lincken eine Zahl übrig bleibet, die kein Punct bekommt, so nimmt man solche zur punctirten, und lauffet mit beyden in das Wurtzel-Täffelein, suchet ob sie unter denen Quadrat-Zahlen stehe, wo nicht, nimmt man die nächst-kleinere Quadrat-Zahl dafür an, und procediret nach dem Problemate alsdann: Ex. gr.

```
1369 (
```

Da suche ich 13 in dem Wurtzel-Täffelein, und weil diese nicht darinnen stehet, ist die nächst-kleinere Quadrat-Zahl 9. diese schreibe unter die vorderste punctirte, und deren Radicem 3 hinter die Lunulam, und extrahire so kommt der Radix 37.

```
4
1369 (37
 967
   7
----
 469
```

II. In dem dividiren, welches mente geschiehet, muß man, wie sonst auch in dem dividiren nöthig, wohl Achtung geben, daß man den Quotienten nicht zu oft nehme. Es wird sich solches auch leicht zeigen, denn in der gleich darauf folgenden Multiplication kommt sonst ein grösseres Product heraus, als die obere Zahl ist, von der es soll subtrahiret werden.

III. Wenn in der Divisione es geschiehet, daß bey richtiger Operation gleichwohl der Dividendus oben kleiner kommt, als der Divisor unten ist, so setzet ein Null hinter die Lunulam, und ein Null unter die letzte gezogene Linie, fahret gleich fort drey neue Linien zu ziehen, und hebet eine gantze neue Operation an: Ex. gr.

```
2̶5̶0̶6̶0̶0̶3̶6̶ ( 5006
2̶5̶
 100
  1000
   10006
       6
   6̶0̶0̶3̶6̶
```

IV. Wenn im Dividiren der quotient 1 wird, so setzet solchen hinter die Lunulam, und einmal unten neben den Divisorem, das dritte mal aber ist es nicht nöthig, ihn unter sich selbst zu setzen, denn 1 multiplicirt nichts, dahero subtrahiret man nur gleich: Ex. gr.

```
1̶ 6̶
1̶0̶3̶0̶4̶1̶ ( 321
9̶6̶2
  2
1̶2̶4̶
 6̶4̶1̶
```

V. Wenn in einem Exempel, nach etlichen Operationen, in der Subtractione es völlig aufgehet, und gleichwohlen das gantze Exempel noch nicht durch gemachet worden, die übrigen Zahlen aber lauter Nullen sind, so hänget man nur zu dem Quotienten hinten so viel Nullen, als viele Puncta noch übrig sind, in dem Exempel, aus denen noch nicht extrahirt worden: Ex. gr.

```
1 6
1ø3ø41 0000 ( 32100.
 .  .  .  .  .
9 6 2
    2
------
1 2 4
6 4 1
```

Problema XVI.

Die Probe zu machen, ob die *Extractio Radicis Quadrati* richtig geschehen.

Resolutio.

Nehmet den Radicem Quadrati, den ihr nach der Extractione heraus gebracht, und multipliciret ihn durch sich selbst: Kommet die angegebene Zahl wieder heraus aus der man extrahiret hat, so ist die Extractio richtig: Ex. gr.

```
   7
2 3 ø 4  (  48  Radix.
1 6         48
          --------
  8 8       384
    8      192
--------  --------
7 ø 4      2304  Num. □
```

Scholion I.

Dieß sind nun aber nur Rational-Zahlen, in welchen die Extractio Radicis nichts zuletzt übrig lässet, denn da ist eigentlich der Radix eine richtige Seite von dem Quadrat. Wenn aber nach der Extractione ein Rest überbleibet, so ist der Radix nur so viel möglich aus der Zahl gezogen. Wenn man hernach solchen *Radicem* mit sich selbst *multiplici*ret, so ist der *Product* das gröste *Quadrat*, welches in der Zahl stecket. Der Uberschuß aber, wenn man ihn darzu thut, muß erst die Probe machen, ob man in Extractione richtig verfahren habe. Eine solche Zahl, die sich nicht gantz extrahiren lässet, heisset man eine *irrational*-oder *surds* Zahl: Ex. gr.

```
      3
1 1 7' 8 9 ( 233
5 4' 6 7 8
4 4 3
    3
---------
1 2 9
    4 6 3
        3
---------
    1389
```

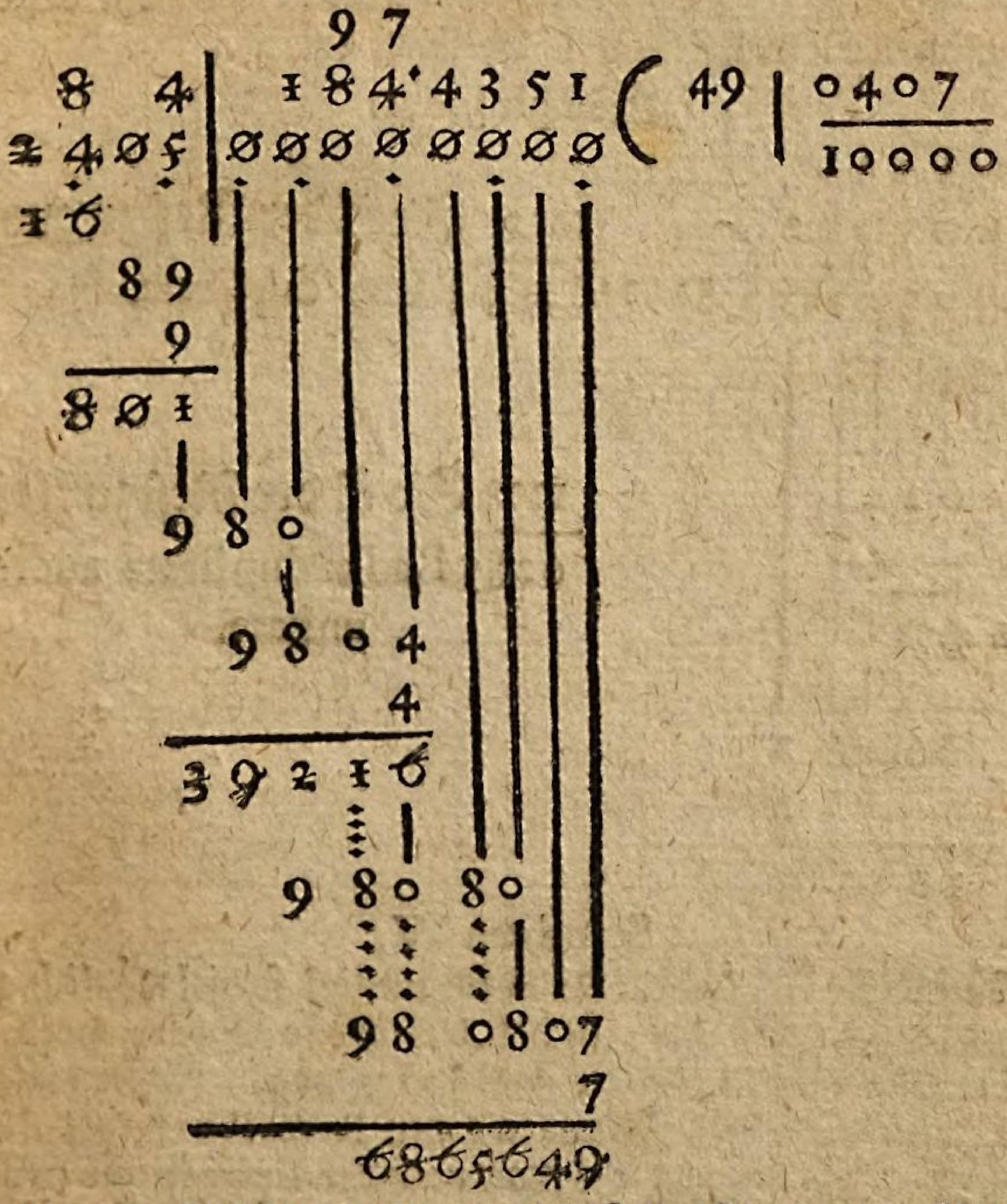
Scholion II.

Man hat zuweilen Dinge, die sich zertheilen lassen, aus welchen der Radix Quadrati soll gezogen werden; Bleibet nun in solchen Fällen nach der Extractione etwas übrig, und man will doch gleichwohl von einer solchen Irrational-Zahl den Radicem so genau wissen, als immer möglich, so verfähret man am richtigsten also: Hänget zu der gegebenen Irrational-Zahl hinten noch so vielmal zwey Nullen, als viele 10- oder 100- oder 1000-fache kleine Theilgen man über den Radicem noch haben will. Alsdann extrahiret, wie gewiesen worden, nur mit dieser Condition, daß man so wohl in der Irrational-Zahl zwischen der letzten zur Rechten, und denen noch daran gehängten Nullen ein Perpendicular-Strichlein herunter ziehet, damit man wisse, wie weit die gantzen Zahlen gehen. Nachgehends ziehet man auch in der Radice ein solches Strichlein, wenn die Operatio bey denen angehängten Nullen anfangen will, um auch die numeros integros Radicis von denen Bruch-Theilen abgesondert zuwissen. Wenn die völlige Extractio geschehen, so setzet man die hintersten abgeschnittenen Zahlen des Radicis als einen Numeratorem, und giebt ihme einen Denominatorem von einer Unität, mit so viel Nullen, als der Numerator Zahlen hat. NB. Je mehr doppelte Nullen vor der Operation an die surde Zahl gehänget werden, je genauer kommt der Radix nach seinen allerkleinesten Theilgen heraus.

Ex. gr.

Ich hätte ein Stück Land von 24050. Quadrat-Ruthen, ich sol-

solte hieraus ein Quadrat machen, welches am Innhalt diesem irregulairen Stück das allernächste wäre. Wenn nun der Radix aus dieser Zahl extrahiret wird, so findet sichs, daß etwas übrig bleibet; um den Rest nun auch noch nach denen möglichsten Theilen zum Quadrat zu bringen, damit man wisse, wie groß auf das allergenaueste ein Latus seyn müsse, so hänget nach Belieben 8 Nullen an, und operiret wie gelehret worden, so stehet das gantze Exempel also, und der Radix ist $49\frac{407}{10000}$.



Demnach ist der Radix, oder ein Latus Quadrati, auf das allernächste 49. Ruthen und $\frac{0407.}{10000.}$ id est. 49 Ruthen, null Schuh, 4 Zoll, null Gran, 7 erste Scrupel.

Scholion III.

Will man aber keine zehen- hundert- oder tausend Theilgen haben, sondern hinten nur also gleich einen Bruch an den Radicem hängen, wie es sonst in der Divisione gewöhnlich ist; So dupliret man den gefundenen Radicem, und setzet ihn als einen Denominatorem; den Uberschuß aber schreibet man als einen Numeratorem oben darüber. Hierbey ist aber dieß sehr wohl zu mercken: Wenn man den doppelten *Radicem* allein nimmt, so ist der Rest in dem *Denominatore* zu groß: thut man hinten noch Eins zu dem doppelten *Radice* hinzu, so wird der Rest zu klein; wiewohl beydes manchmal ein unmerckliches Theilgen antrifft.

Exempli gratia.

1 1 3
2 6 3 9 5 2
9 8 7 3 5 1 6 (3142 $\frac{1352}{6284}$ So ist der Rest zu groß. Radix duplicata.
9 6 1
6 2 4
4
2 4 9 6
6 2 8 2
2
1 2 5 6 4

$\frac{1352}{6285}$ So ist der Rest zu klein. Radix duplicata aucta unitate.

Scholion IV.

Auf solche Art kommt man dem Radici so viel möglich am allernächsten, und man suchet das gröste Quadrat heraus, das in einer solchen surden Zahl stecken mag. Ausser diesem Weg wird man ohne Irrung in denen Radicibus nichts thun können. Ich meyne: Es mag nach der Extractione so viel oder wenig übrig bleiben, als will, so darf ich doch deßwegen die letztere Zahl des Radicis nicht um eine Unität in ganzen vermehren, daß ich gedencken wolte, es wäre der Rest beynahe ein Gantzes, mithin wäre nichts daran gelegen, wenn ich numero rotundo den Radicem um eine Unität vergrös-

grösserte, statt des behaltenen Bruchs. Nein: Denn das Quadrat, das hernach von solchem vergrösserten Radice herkäme, das wird um ein merckliches gleich grösser, als es in der That seyn solte, nach der angegebenen Summa der surden Zahl, welches leicht zu begreiffen. Eine Quadrat-Zahl entstehet, wenn eine Zahl mit sich selbst multipliciret wird: Wo nun der Radix nur um 1 vergrössert wird, und man multipliciret hernach eine solche Zahl, wenn sie zumal aus vielen bestehet, mit sich selbst, so überlege man nur selbst, wie viel diese eintzige Unität auswirft.

Scholion V.

Wollet ihr wissen, um wie viel eine solche surde Zahl grösser seyn müste, wenn sie eine rechte Quadrat-Zahl ausmachen solte, also daß nach der Extractione nichts übrig bliebe, und dabey der Radix um eine Unität grösser würde: So addiret dem duplirten Radici eine Unität, und subtrahiret alsdenn von dieser Summa den Rest der übergeblieben, so giebt die nach der Subtractione übergebliebene Zahl diejenige Grösse, um wie viel die surde Zahl hätte grösser seyn sollen, daß sie eine richtige Quadrat-Zahl worden wäre; Es sey das vorige Exempel:

```
  1 1 3
  2 6 3 9. 5 2  (          1352
  9 8 7 3. 5   1 6  ( 3142   ————
  9 6 1
      6 2 4
          4
  ———————
    2 4 9 6
    6 2 8 2
          2
  ——————————
  1 2 5 6 4
```

Dupliret nun den Radicem, so kommet 6284. vermehret diesen duplirten Radicem um eine Unität 6285

6285. subtrahiret von diesem den Rest 1352. so bleibt über 4933. Um so viel müste die surde Zahl 9873516 grösser werden, wenn eine richtige Quadrat-Zahl solte daraus gemachet, und der Radix um eine Unität vergrössert werden. Würde man dieß Residuum zur surden Zahl addiren, käme 9878449. Hieraus Radicem extrahirt, käme 3143. der um eine Unität grösser wäre, als der erste Radix 3142.

Scholion VI.

Soll man aus einer Zahl den Radicem Quadrati extrahiren, die doch zur gantzen Operation zu klein ist, so hänget hinten Nullen daran, und verfahret alsdann wie gewiesen worden. Ex. gr. Ich soll aus der Zahl 5. Radicem extrahiren. So hänget zwey Nullen, oder 4 Nullen, &c. daran. NB. Zwey und zwey Nullen müssen es allezeit seyn, und kan man nicht etwa eine Null, oder drey Nullen anhängen, und operiret nur also:

1' 1 6
5 0 0
4 4 2 ($2\frac{2}{10}$.
2
84

Scholion VII.

Solte man aus einem Bruch die Quadrat-Wurtzel extrahiren, so ist vernünftig, daß die Extractio so wohl aus dem Zehler, als Nenner geschehen muß: Ex. gr. Die Quadrat-Zahl des Bruchs sey $\frac{25}{49}$ so extrahiret aus dem Zehler 25. den Radicem, welcher seyn wird 5. und aus dem Nenner 49. extrahiret auch den Radicem, dieser wird seyn 7. demnach ist $\frac{5}{7}$ der Radix von $\frac{25}{49}$.

25 (5 Radix 49 (7 Radix
25 Numer. 49 Denominatoris.

Problema XVII.

Aus einer gegebenen *Rational*-Zahl die *Cubic*-Wurtzel zu *extrahiren*.

Re-

Resolutio.

I. Ziehet hinter die gegebene Zahl rechter Hand eine Lunulam, und fanget bey der ersten Zahl zur rechten an also zu punctiren, daß die erste Zahl ein Punct bekomme, hernach zwey Zahlen überhüpft werden und die vierdte punctirt sey, dann wieder zwey überhüpft, darauf die siebende ein Punct bekomme, und so fort. Ex. gr.

1856752179 2 (

II. Sehet was für Zahlen lincks unter dem äussersten Punct stehen; diese nehmet und gehet in das Wurtzel-Täffelein in die dritte Reyhe der Cubic-Zahlen, und sehet, welcher Cubus darinnen mit der Zahl unter dem äussersten Punct überein komme, oder wenigstens die nächst-kleinere seyn: Ex. gr. Hier ist die Zahl unter dem äussersten Punct lincks 18. diese stehet nicht just unter denen Cubic-Zahlen des Wurtzel-Täffeleins, die nächst-kleinere aber ist 8. und der Radix dieses Cubi, der oben stehet, ist 2. demnach setzet diesen Radicem hinter die Lunulam und den Cubum 8. setzet unter die Zahl 18. subtrahiret das untere von dem oberen, und den Rest setzet oben darüber, so stehet es also:

```
 o
1856752179 2 ( 2
 8
```

III. Nunmehro tripliret den Quotum, setzet das Triplum 6. gerad vor das nächst-kommende Punct, damit, wenn der triplirte Quotus mehr als eine Zahl ist, die letzte Zahl davon just um eine Stelle

le vor dem Punct zu stehen komme, so stehet es also;

o
18567521792 (2
. . : :

8

6

IV. Multipliciret dieses Triplum 6 nochmahlen mit dem Quoto 2. so kommt heraus 12. setzet dieses um eine Stelle weiter vorwärts lincks, also, daß wenn das vorige Triplum 6. mehr als eine Zahl gewesen wäre, hier in diesem zweyten Triplo die letzte Zahl zur rechten Hand um eine Stelle einwärts gegen die lincke stehe, also;

o
18567521792 (2
. . : :

8

6

12

V. Mit diesem letzten Triplo 12. dividiret mente die obere Zahl und saget 1 in 10. habe ich 6 mal: Setzet dieß 6 hinter die Lunulam, und zugleich auch unter den Divisorem und multipliciret solchen damit, so stehet es also:

o
18567521792 (26
. . . .

8 6 Triplum.

12

6

72

NB. Hier ist wohl zu mercken, daß man in dem divi-

dividiren den Quotienten öfters nur die Helfte mal nehmen darf, niemahls aber so groß, als im gemeinen dividiren. Die Ubung und Gedult müssen hier beysammen stehen, denn darinnen stecket die gröste Schwierigkeit.

VI. Den neu-gefundenen Quotum 6. (nicht den gantzen Quotum 26) quadriret, oder multipliciret mit sich selbst, ist 36. damit multipliciret das Triplum 6. und das Product schreibet unter das Product 72. um eine Zahl weiter rechter Hand anfangend, also:

```
0
18567521792 (26
8
   6
  12
   6
 ___
  72
  216
```

VII. Eben diesen letzten Quotum 6. multipliciret auch cubice, das ist mit sich selbst, ist 36. und das Product nochmahlen mit 6. ist 216. und setzet dieses auch unter die andern Zahlen, also daß man wieder um eine Zahl rechts hinein anfange unterzusetzen, so stehet es also:

```
  o
1 8 5 6 7 5 2 1 7 9 2 (26
  8          |
      6      | Triplum
  1 2 :      |
      6 :    |
  -----      |
  7 2        |
  2 1 6      |
    2 1 6
```

NB. Stosset euch hier nicht daran, daß 216. zweymal stehet, denn es trifft hier just ein, daß der neue Quotus 6. mit dem Triplo, welches hier auch just 6. multipliciret, und mit dem neuen Quoto 6 nochmahlen multipliciret, eben das heraus bringet in der andern Arbeit, was in der dritten Arbeit, da der neue Quotus 6. cubice soll multipliciret werden, auch heraus kommet; welches sonst eben nicht allemal eintrifft, hier aber mit Fleiß gesetzet worden, um sich nicht zu stossen, wenn einem Anfänger dergleichen vorkommet.

VIII. Ziehet eine Linie unter diese drey Reyhen Zahlen und addiret sie, die Summam subtrahiret von der oberen Zahl, so ist die erste Operatio geschehen.

```
  ø.9 9 1
1.8 5.6 7 5 2 1 7 9 2 (26
  8
      6
  1 2 .
    6 :
  ------
  7 2 :
  2 1 6
    2 1 6
  -------
  9 5 7 6
```

IX. Weilen noch mehrere Puncta in diesem Exempel übrig sind, so wiederholet den Procefs nochmahlen, ausser der ersten Arbeit, da man in das Wurtzel-Täffelein gegangen, denn dieses geschiehet in jedem Exempel nur einmahl gleich Anfangs. Tripliret nemlich den gantzen Quotum und setzet solchen wieder unter, wenn ihr zwey Linien perpendicular herunter gezogen habt, also, daß die erste von der ersten Zahl hinter dem zweyten Punct, und die andere von der Zahl vor dem dritten Punct herunter gehe, und fanget bey der letzten Linie rechter Hand an unterzusetzen, also:

```
  ø.9 9 1
1.8 5.6 7 5.2 1 7 9 2 (26
  8
      6
  1 2
    6 :
  ------
  7 2 :
  2 1 6
    2 1 6
  -------
  9 5 7 6
          7 8
```

X. Mul-

X. Multipliciret mit diesem Triplo 78. den gantzen Quotum 26. so kommt 2028. dieß setzet wieder um eine Zahl lincks einwärts unter, und dividiret mente durch 2. die obere Zahl 9. saget 2 in 9. habe ich 4 mal, setzet den neuen Quotum hinter die Lunulam und auch unter den Divisorem, so stehet es also:

```
 0.991
1 8 5 6 7 5 2 1 7 9 2 ( 264

 8
    6
 12
   6
 ----
 72
 216
  216
 -----
 9576
      78
 2028
      4
```

XI. Ziehet unten eine Linie vor und multipliciret, so stehet es also:

```
   ø 9 9 1
 1 8 5. 6 7 5 2 1 7 9 2 ( 264
   .      .     .     .
   8
        6
  1 2 :
    6 :
 ----------
  7 2 :
  2 1 6
    2 1 6
 ------------
  9 5 7 6
   : : :
   : : : 7 8
  2 0 2 8
        4
 ------------
  8 1 1 2
```

XII. Quadriret den neu-gefundenen Quot 4. giebt 16. dieß Quadrat multipliciret mit dem Triplo des gantzen Quoti 78. und das Product setzet unten hin, um eine Zahl einwärts gegen die Rechte anfangend, so stehet es also.

```
 Ø.9 91
 18567521792 ( 264
 .     .   .   .
 8
     6
 12  :
  6  :
 ---------
 72  :
 216
  216
 ---------
 9576
 : : :
 : : : 78
  2028 :
     4 :
 ---------
  8112 :
   1248
```

XIII. Endlich multipliciret den neuen Quotum 4. mit sich selbst, und das Quadrat nochmahlen mit 4 multipliciret, giebt Cubum 64. diesen setzet unter, wieder um eine Zahl rechts einwärts untersetzend, und ziehet zugleich die dritte perpendicular-Linie von der Zahl, die ein Punct hat, herab, so stehet es also:

```
 8'9 9 1
18 5'6 7 5 2 1 7 9 2 ( 264
 .     .     .     .
 8
     6
 1 2
   6 :
 -------
 7 2 :
 2 1 6
   2 1 6
 ---------
 9 5 7 6
 : : :
 : : : 7 8
 2 0 2 8 :
       4 :
 ---------
 8 1 1 2 :
   1 2 4 8
         6 4
```

XIV. Ziehet nunmehro eine Linie wieder unter die drey Reyhen Zahlen und addiret sie, die Summam subtrahiret von denen oberen Zahlen, und den Rest schreibet über sie, so ist wiederum eine gantze Arbeit geschehen. Weil nun noch drey Zahlen mit einem Punct übrig, so verfahret wieder also, tripliret erstlich den gantzen Quotum, und wenn ihr zwey perpendiculares von denen oberen Zahlen ohne die letztere herunter gezogen habt, so schreibet das Triplum darunter, bey der hintersten Linie rechts anfangend, alsdann multipliciret dieß triplum wieder durch den gantzen Quotum, und schreibet das Productum unter, um

eine Zahl lincks einwärts anfangend. Hernach dividiret wieder mente, und den neu-gefundenen Quotum setzet hinter die Lunulam und unter den Divisorem; Multipliciret den Divisorem und den neuen Quotum durch einander: Hierauf quadriret den neu-gefundenen Quotum, und dieß Quadrat multipliciret mit dem Triplo, das Productum setzet unter, um eine Zahl rechts weiter heraus anfangend. Endlich multipliciret cubice den letzten neu-gefundenen Quotum, und schreibet solchen auch unter, wieder um eine Zahl rechts weiter hinaus anfangend, daß solcher just unter die letzte Linie von der erstens-punctirten Zahl zu stehen komme: Addiret die drey Reyhen, die Summam subtrahiret von denen oberen Zahlen, so ist die gantze Extractio geschehen, und weilen es eine Rational-Zahl war, wird alles aufgehen; Das Exempel stehet gantz vollendet also:

1 6 7
0 9 9 1 7 7 7
1 8 5 6 7 5 2 1 7 9 2 (2648.

8
6
12 :
6 :
72 :
21 6
2 1 6
9 5 7 6
: : : 7 8 Triplum
2 0 2 8 : Divisor
4 : Quotus
8 1 1 2 : è Divisore & quóto
1 2 4 8 Ex quadr. quoti & triplo
6 4 Cubus
8 2 3 7 4 4 Summa.
: : : : :
: : : : 7 9 2 Triplum
2 0 9 0 8 8 : Divisor
8 : Quotus
1 6 7 2 7 0 4 : è Divisore & quotō
5 0 6 8 8 è Quadrato quoti & triplo
5 1 2 Cubus.
1 6 7 7 7 7 7 9 2 Summa.

Scholion I.

Gleichwie schon erwehnt worden, daß in diesen Extractionibus die Divisio das beschwerlichste ist, indeme man meistentheils kaum die Helftemal den Quotienten so oft nehmen darf, als es scheinet anzugehen; also will ich hier meinen Vortheil, dessen ich mich bediene, communiciren: Wenn ich extrahire, so nehme ich den Divisorem und fange an mente zu dividiren, setze die ungewisse Zahl des Quoti auf ein besonder Papierlein multiplicire den Divisorem und Quotum durch einander, hernach schreibe ich das Productum ex Quadrato quoti & Triplo und endlich den Cubum darunter, allezeit um eine Zahl weiter gegen die rechte Hand anfangend, wie in der Extractione gewiesen. Hierauf sehe ich, ob die Summa kleiner seye als die obere Zahl, davon die untere Summa soll subtrahiret werden: Ist die Summa kleiner, so ist der Quotus recht angenommen, und dann trage ich nur die drey Reyhen Zahlen in das Exempel, so ist eine ganze Operatio geschehen. NB. Doch muß man auch sehen, ob die Summa Factorum nicht gar zu klein sey, denn sonst gehet wohl die Subtractio an, aber es wird ein allzugrosser Rest übrig bleiben.

Scholion II.

Wenn die Zahl, woraus man Radicem Cubi extrahiren soll, eine Irrational-Zahl ist, da nemlich nach der Extractione ein Rest zuletzt übrig bleibet, und man soll auf das allernächste gleichwohl den Radicem wissen, so verfähret man wie bey der Extractione Radicis quadrati, nur mit der Observation, daß, da man dort allezeit zweymal so viel Nullen angehänget, als viel zehen- hundert- oder taussendste kleinere Theile, man noch aus dem Rest zum Radice hinter bringen wolte, man hier in der Extractione Cubi, so vielmal 3 Nullen allemal anhänget und hernach operiret, wie das Problema weiset. Zuletzt schneidet man hinten von dem Radice wieder so viel Zahlen herunter, als vielmal 3 Nullen sind zu der surden Zahl addiret gewesen, diese abgeschnittene Zahlen setzet als einen Zehler, und zum Nenner des Bruchs machet eine Unität, mit so viel Nullen, als viele Zahlen hinten von dem Radice sind abgeschnitten worden, so bekommt man den Radicem Cubi nach denen kleinesten Theilen des Uber-Restes NB. je mehr mal 3 Nullen angehänget werden, je genauer bringet man den Radicem heraus: Ex. gr.

```
      1 1 9 0
    7 5 8 4 1   2 5 3
3 4 7 1 7 5 1 | 8 2 1 3 1 2
4 5 6 7 8 7 6 | 0 0 0 0 0 0  ( 165 | 92
                                   | 100
1   3
  3 :
  6 :
1 8 :
1 0 8
  2 1 6
3 0 9 6
      :
      : 4 8                       Triplum
  7 6 8 :                         Divisor
      5 :                         Quotus
3 8 4 0 :                         è Quoto & Divisore
  1 2 0 0                         è Quadrato Quoti &
      1 2 5                       Cubus.        (triplo
3 9 6 1 2 5                       Summa horum.
    : : : :
    : : : 4 9 5
    8 1 6 7 5 :
            9 :
  7 3 5 0 7 5 :
      4 0 0 9 5
          7 2 9
  7 3 9 0 9 1 7 9
    : : : : 4 9 7 7
    8 2 5 6 8 4 3 :
                2 :
    1 6 5 1 3 6 8 6 :
            1 9 9 0 8
                      8
    1 6 5 1 5 6 7 6 8 8
```

Sche-

Scholion III.

Wenn der Divisor, der nach der Triplirung des Quoti und Multiplicatione des Quoti mit dem Triplo heraus kommet, grösser würde, als man damit die obere Zahl dividiren könte, so setzet man, wie in gemeinen dividiren auch geschiehet, eine Null zu dem Quotienten hinter, streichet das Triplum und den Divisorem aus, fanget die andere Operation an, als wenn die erste völlig zu Ende wäre, nemlich man tripliret von neuen den gantzen Quotum, setzet das Triplum vor das darauf folgende Punct, wie sichs gehöret, machet einen neuen Divisorem und verfahret nach dem Problemate: Ex. gr.

```
     1     1 3 7 4
   1 4 2 3 9. 1. 7. 1. 8 0 8  (                 31374808
 3 5 7 6 4 0  0 0  0 0 0 0    ( 7098   ─────────────
 3 4 3
     2 1
   1 4 7 :
     : : 2  1 0
   1 4 7 0  0 .
            9 :
 ─────────────
 1 3 2 3 0  0 :
     1 7 0  1 0
            7 2 9
 ─────────────────
 1 3 4 0 0  8 2 9
     : : :  : 2 1      2 7   Triplum
     1 5 0  8 0 4        3 : Divisor
                         8 : Quotus
 ─────────────────────────
 1 2 0 6    4 3 4        4 : è Quoto & Divisore
       1    3 6 1      2 8   è quadrato quoti &
                     5 1 2   Cubus      ( Triplo
 ─────────────────────────
 1 2 0 7    7 9 6    1 9 2   Summa horum.
```

Scholion IV.

Wenn mitten in einer Extractione, nach vollendeter Subtractione, bey einer Operatione es aufgehet, und es ist doch gleichwohl die gantze Zahl noch nicht extrahiret, sondern es sind noch viele Nullen übrig, so setzet man statt eines weiteren extrahiren, nur so viele Nullen hinter zu dem Radice, als viele Puncta noch in der gegebenen Zahl leer stehen: Ex. gr.

5
1 3 8 2 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (24000
8
6
12
4
48
96
64
5 8 2 4

Problema XVIII.

Die Probe anzustellen, ob die *Extractio Radicis Cubi* richtig geschehen seye.

Resolutio.

I. Multipliciret den gefundenen Radicem Cubi mit sich selbst.

II. Das Product multipliciret nochmahlen mit dem Radice.

III. Ist in der Extractione ein Rest übergeblieben, so addiret solchen letzten zu dem Producto, so wird die angegebene Zahl wieder heraus komen: Ex. gr.

4 8 1 0
1 2 9 7 7 8 7 5 (235 Radix,
8 6
1 2 :
3 :
3 6 :
5 4
2 7
4 1 6 7
: : :
: : : 6 9 | Triplum
1 5 8 7 : | Diviſor
5 : | Quotus
7 9 3 5 : | è quoto & diviſore
1 7 2 5 | è quadrato quoti & Triplo
1 2 5 Cubus
8 1 0 8 7 5 Summa horum

Proba.

235 Radix
235
1175
705
470
55225 Quadratum
235
276125
165675
110450
12977875 Cubus.

Scho-

Scholion I.

Wenn eine gegebene Zahl keine vollkommene Cubic-Zahl wäre, das ist, wenn sie nicht wenigstens aus dreyen Zahlen bestünde, und man solte gleichwohl den Radicem Cubi daraus extrahiren, so hänget nur Nullen hinten an, nemlich drey Nullen vor die zehen Theilgen, sechs Nullen vor die 100 Theilgen, &c. Setzet hierauf die Rechnung ordentlich fort, und schneidet von dem Radice wieder so viel Zahlen zu einem Bruch hinweg, als vielmal drey Nullen ihr in der Operatione hingehänget habt: Ex. gr. aus 3 soll Radix Cubi ausgezogen werden, so stehet es also:

```
          1 4
2 2 5 6 0 1 6    (1 44/100
3 0 0 0 0 0 0
.     .     .
1     3
  3   :
  4   :
-----------
1 2   :
  4   8
      6 4
-----------
1 7 4 4
        :
        : 4 2
    5 8 8 :
        4 :
-----------
  2 3 5 2 :
      6 7 2
          6 4
-----------
2 4 1 9 8 4
```

Dem=

Demnach ist der Radix aus der surden Cubic-Zahl 3. dieser $1\frac{44}{100}$.

Scholion II.

Solte aus einem Bruch der Radix Cubi extrahiret werden, so müste solches aus dem Zehler und Nenner besonders geschehen, welches nach denen bisherigen Anleitungen leicht ist.

Scholion III.

Dieß sey genug von der Extractione Radicis Quadrati et Cubi, woraus sich ein Anfänger genug wird helffen können.

CAPUT IV.

Von Erfindung allerhand proportionirter Zahlen auf dem Pappier und dem Proportional-Circul.

Problema XIX.

Zwischen zwey gegebenen Zahlen die mittlere *Arithmetische* *Proportional*-Zahl zu finden.

Resolutio.

I. Addiret die beyden gegebenen Zahlen, ex. gr. 8 und 12. ist 20.

II. Die herausgekommene Summam 20. halbiret, so ist 10 die media proportionalis Arithmetica.

Problema XX.

Zu drey gegebenen Zahlen die vierdte *Arithmetische* *Proportional*-Zahl zu finden.

Resolutio.

I. Addiret die andere und dritte Zahl, ex. gr. 7 und 9. ist 16.

II. Von

II. Von der Summa subtrahiret, die dritte als erste angegebene Zahl, welche sey 5. so ist der Rest 11. die gefundene vierdte Arithmetische Proportional-Zahl.

5 . 7 ∵ 9. item 4 . 8 ∵ 12.

7	8
16	20
5	4
11 quarta proport.	16.

Problema XXI.

Zwischen zweyen gegebenen Zahlen die mittlere *Geometrische Proportional*-Zahl zu finden.

Resolutio.

I. Eine Proportional-Zahl zwischen zweyen andern ist, welche die kleinere so vielmal in sich begreift, als wie vielmal sie von der grössern in sich begriffen wird. Demnach multipliciret die beyden gegebene Zahlen mit einander, ex. gr. 8 und 72.

II. Aus dem Product ziehet radicem Quadrati, so ist dieser die media proportionalis: Ex. gr.

8 : 72 | 576 (24 media proport.
8 | 444
576 | 4
| 176

Problema XXII.

Auf dem *Proportional-Circul* zwischen zweyen Zahlen die *mediam proportionalem* zu finden.

Resolutio.

I. Es seyen die vorigen Zahlen 8 und 72. nehmet auf der Linea Arithmetica directe 8. traget solche in die Lineam Geometricam transversim aus 8 auf 8.

II. Nehmet mit unverruckten Proportional-Circul die Weite zwischen 72 und 72. auf der Lin. Geom. dieß giebt in der Lin. Arithm. directa 24. zur media proportionali.

III. Oder wendet es um, nehmet 72 directe auf der Linea Arithm. traget sie aus 72 auf 72 in die Lineam Geom. nehmet mit unverrückter Oeffnung die Weite zwischen 8 und 8 auf der Lin. Geom. so wird solche directe auf der Lin. Arithm. 24 geben.

Scholion.

In denen meisten Proportional-Circuln gehet die Linea Geom. nur auf 64. welches zu mercken.

Problema XXIII.

Zwischen zweyen gegebenen Zahlen zwey *Numeros medios proportionales* zu finden.

Resolutio.

I. Zwischen 8 und 27. sollen zwey medii proportionales gefunden werden, so multipiciret die erste 8 quadrate, ist 64.

II. Multipliciret das Quadrat 64 mit der andern Zahl 27. kommt 1728.

III. Aus dem Producto ziehet Radicem Cubicam, diese ist 12. als die erste media proportionalis.

IV. Multipliciret diese gefundene mediam proportionalem 12 puadrate, kommt 144.

V. Dividiret dieß Quadratum 144. durch die erste gegebene Zahl 8 kommt 18 zur zweyten media proportionali, und stehen demnach also:

8 : 12 = 18 : 27.

Denn zwischen 8 und 12. ist Ratio subsesqui altera, wie zwischen 12 und 18. und zwischen 18 und 27.

Pro-

Problema XXIV.

Auf dem *Proportional - Circul* zwischen zwey Zahlen zwey *medias Proportionales* zu finden.

Resolutio.

I. Es seyen die vorigen Zahlen wieder 8 und 27. nehmet entweder 8. stellet diese in die Lineam cubicam transversim aus 8 auf 8. und nehmet mit unverrückten Proportional-Circul die Weite von 27 zu 27. so giebt diese auf der Linea Arithmetica die mediam proportionalem minorem 12.

II. Oder nehmet die grössere Zahl 27. traget solche in die Lineam cubicam aus 27 in 27. nehmet die Weite 8 transversim, so wird solche die mediam proportionalem majorem 18. geben.

Problema XXV.

Zu zweyen gegebenen Zahlen die dritte *Geometrische Proportional*-Zahl zu finden.

Resolutio.

I. Soll die dritte grössere gefunden werden, so multipliciret die grössere unter denen zwey gegebenen Zahlen, verlanget man aber die kleinere dritte, so multipliciret die kleinere von beyden gegebenen mit sich selbst.

II. Das Product dividiret durch die andere von beyden gegebenen, so ist der Quotient die dritte gefundene geometrische proportional-Zahl.

III. Ex. gr. Es ist gegeben 12 und 48. die dritte kleinere zu finden, so multipliciret 12 quadrate, ist 144. dividiret dieß mit 48. ist der quotient 3. welches die dritte kleinere proportionalis ist: denn 3 ist mit 12 in ratione subquadrupla, wie 12 mit 48. Wollet ihr die dritte grössere, so quadriret 48. giebt 2304. dividiret dieß mit 12. kommt 192. zur

dritten grösseren, welche mit 48 in ratione quadrupla stehet, wie 48 mit 12.

Problema XXVI.

Auf dem *Proportional-Circul* **zu zweyen Zahlen die dritte** *Geometri*sche *Proportional*-**Zahl zu finden.**

Resolutio.

I. Es seyen die Zahlen 12 und 48. hierzu soll die dritte kleinere und grössere gefunden werden. Nehmet 48 directe auf der Lin. Arithm. traget diese Weite transversim von 12 auf 12.

II. Lasset den Proportional-Circul in solcher Oeffnung und nehmet mit dem Hand-Circul die Weite von 48 zu 48 auf der Lin. Arithm. so ist dieß **die dritte grössere**, welche directe genommen in 192 einschlagen wird.

III. Die **dritte kleinere** zu finden, so nehmet directe 12 auf der Linea Arithm. traget diese transversim aus 48 in 48. lasset den Proportional-Circul in solcher Oeffnung, und nehmet mit einem Hand-Circul die Weite von 12 zu 12. so wird dieß die **dritte kleinere** seyn, welche, von Centro aus in die Lineam Arithm. getragen, in 3. einschlägt.

Scholion.

Weil man hier vom Centro aus nicht 3 nehmen kan, denn die fünff ersten Theile sind vom Centro aus nicht unterschieden, so fängt man von 5 an die Weite zu messen: Denn es wird allenthalben 3 gleiche Theile diese Weite einnehmen, weil die gantze Lin. Arithm. in lauter gleiche Theile getheilet worden.

Problema XXVII.

Zu drey gegebenen Zahlen die vierdte *Geometri*sche *Proportional*-**Zahl zu finden.**

Resolutio.

I. Multipliciret die zwey hinteren Terminos durch einander.

II. Das

II. Das Product dividiret mit dem ersten Termino, so giebt der Quotient den vierdten Terminum, als die vierdte Geometrische Proportional-Zahl.

III. Ex. gr. 3 : 12 = 48 : ?

```
  12
 ----
  96      2
  48     576 ( 192
 ----    333   quarta
 576           proportionalis
```

Scholion I.

Die Auflösung dieses Problematis wird sonst insgemein *Regula de Tri*, nemlich ex tribus Terminis den vierdten zu finden, genennet. Das Problema selbst zeiget, daß diese Regula nirgend gelte, als nur wo wahrhafftig eine Proportio Geometrica schon da, oder gantz gewiß gefunden werden kan: Denn, so könte man nach dieser Regul nicht ausrechnen wie viel Zeit erfordert werde, bis das grosse Faß zu Heydelberg ausgeleeret würde, wenn man unten ein kleines Löchlein gemachet hätte und observirte, daß innerhalb 2 Minuten 3 Kannen heraus gelauffen: Denn ohnerachtet drey Termini da sind, daß man sagen könte, drey Maaß lauffen in 2 Minuten heraus, wie viel Zeit gehöret darzu bis das gantze Faß ausgelauffen wäre? So gehet es doch nicht an, weil bekannt, daß ein jedes Faß anfangs geschwinder und dann immer schwächer laufft, mithin keine geometrische Proportio zwischen denen Minuten und denen heraus gelauffenen Kannen Weins da ist. Demnach gilt diese Regula nur bey Dingen, wo ein Geometrisches Verhältniß anzutreffen, wie oben deutlich gewiesen worden.

Scholion II.

Die drey Sätze müssen also rangiret werden, daß dasjenige, wovon gefragt wird, hinten stehe und vornen; das ist, der erste und dritte Terminus werde; dasjenige aber, welches am Nahmen und Natur dem gleich, welches erst soll erfunden werden, den mittleren Platz einehme, damit nach geschehener Operation die quarta proportionalis inventa mit der secunda, und die tertia mit der prima einerley Nahmen ha-

habe: Ex. gr. 3 Eymer Wein kosten 12 Fl. was kosten 48 Eymer? Dieß stehet also:

Eymer	Fl.	Eymer
3	12	48?

Wenn nach dem Problemate die zwey hinteren Termini durch einander multipliciret werden, und das Product mit dem ersten Termino dividiret wird, so stehet es also:

Eym.	Fl.	Eym.	Fl.
3	12	48?	192

$$\begin{array}{r} 48 \\ 12 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

2
576 (192 quarta inventa
333

Scholion III.

Wenn die vierdte Zahl, die noch gefunden werden soll, grösser seyn muß, als die dritte, zu der sie gehöret, so muß auch unter denen zweyen vorderen Terminis der kleineste voran stehen: Hingegen wenn die gesuchte vierdte kleiner seyn soll, als die dritte, alsdenn muß auch unter denen zweyen vorderen Terminis der grössere voran: Ex. gr.

Ellen	Thlr.	Ellen	Thlr.
4	6	16?	24

Weilen hier der vierdte Terminus, der gefunden werden soll, nemlich 24. grösser ist, als der dritte Terminus 16. so muß auch unter denen zweyen vorderen Terminis 4 und 6. der kleinere zum ersten Satz werden, damit der erste und dritte Satz und der andere und vierdte Satz wechsels-weiß sich in einerley Ration verhalten. Hingegen wenn ich es umkehrte, ich wolte wissen wie viel Ellen ich um 24 Thlr. bekäme, wenn 6 Thaler 4 Ellen kosteten, so müste zum ersten Satz das gröste von denen beyden vorderen Terminis genommen werden, weil der vierdte Terminus, der gefunden werden soll, kleiner ist, als der dritte: Ex. gr.

Thlr.	Ellen	Thlr.	Ellen
6	4	24	16

Denn so käme der andere Terminus kleiner als der erste, weil der vierdte auch kleiner als der dritte ist. Scho-

Scholion IV.

In Maaß, Gemäß, Gewicht, Müntz und andern Sachen, muß man die Sätze erst unter einerley Geschlecht und Sorten bringen, wann ungleiche Nahmen da sind, und, zwar unter das kleineste, das in einem Exempel vorkommt und alsdann procediren, wie in dem Problemate gewiesen worden. Zuletzt reduciret man die kleineren Gattungen wieder in die grösseren, so ist richtig das verlangte gefunden worden.

Exemplum I.

Von Maassen in Getränck.

Ein Eymer kostet 6 Gulden, was kosten 6 Maaß? Hier muß der Eymer zu Maassen reduciret werden, und die Gulden zu Creutzer oder Groschen, nach Landes-Art, weil der dritte Satz von einem kleineren Geschlecht handelt, und der vierdte Satz sonsten einen Bruch bekäme. Nun hat ein Eymer 60 Maaß ein Gulden 60 Creutzer, demnach stehet es also:

Maaß	Creutzer	Maaß	Creutzer
60	360	6?	36
	6		
	2160		

$$\begin{array}{l} 3 \\ 2160 \\ 660 \end{array} \Big(36$$

Exemplum II.

Von Gemässen in Frucht.

In einer belagerten Vestung sind in 4 Tagen 46 Malter Korn verzehret worden: Fragt sichs, wie viel Malter Korn braucht man, wenn die Vestung sich 4 Wochen noch halten muß? NB. Præsupponirt, daß einerley Anzahl derer consumirenden darinnen bliebe, denn sonst wäre keine Proportio Geo-

metrica darinnen. Hier stehet nun einmal der Terminus Tage, das dritte mal der Terminus Wochen: Ergo müssen die Wochen zu Tage erst gemacht werden, und demnach stehet es also:

Tag	Mltr.	Tag	Mltr.
4	46	28.	322
	28		
	368		
	92		
	1288		

4) 1288 (322 Mltr. braucht man noch
12
88

Exemplum III.

Von Gewicht nach unterschiedlichen Theilen.

6 Pfund 7 Loth und 2 Quintlein kosten 58. Gulden, und 7. Creutzer, was kosten 12 Pfund? Hier müssen nun die Pfund zu Loth, die Loth zu Quintlein in dem ersten und dritten Satz gemacht, in dem andern Satz aber die Gulden in Creutzer verwandelt werden, und dann stehet es also:

Quintl.	Creutzer	Quintl.
798 ———	3487 ———	1536

```
          3487
          1536
       -------
         20922
        10461
       17435
       3487
       -------
       5356032
          1 6
         9 4 5
       5 6 8 4 5 4
798 ) 5 3 5 6 0 3 2 ( 6711 654/798
       . . .            quarta inventa
       4788
        5586
          798
           798
```

Diese 6711 Creutzer mit 60. reduciret zu Gulden, giebt zum nächsten Werth 111 Fl. $\frac{51}{60}$ oder 51 Creutzer: So viel kosten die 12 Pfund die man zu wissen verlangte.

Exemplum IV.

Von Müntz und deren Sorten.

Ich habe 1000 Gulden und 40 Creutzer Silber-Geld, ich möchte solche in Ducaten verwechseln, wie viel bekomme ich, da 4 Fl. und 10 Creutzer einen Ducaten ausmachen? Dieß stehet nun, wenn alles zu Creutzern gemachet worden, also:

Creutzer	Ducat.	Creutzer
250	1	60040 ?

Weil hier der mittlere Satz eine Unitas ist, die

nichts multipliciret und dividiret, so dividiret man nur den dritten Satz durch den ersten, so kommen 240 Ducaten und 40 Creutzer.

Exemplum V.

Von Zeit und Lohn der Arbeiter.

Ein Taglöhner verdienet in 2 Tagen an einem Vestungs-Bau 25 Creutzer, wie viel verdienet er in einem Monat?

Tag	Creutzer	Tagen	Creutzer.
2	25	30?	375
	30		
	750		

1 1   1
7 5 0 (375 (6. Fl. 15. Cr. quarta inventa.
2 2 2   60

Item:

In 4 Stunden lese ich 30 Blätter, wie viel Blätter lese ich in 3 Tagen?

Stund	Blätter	Stunden	Blätter
4	30	72?	540
		30	
		2160	

2 1 6 0 (540 Blätter
4 4 4

Scholion V.

Gar vielmalen geschicht es, daß in denen Exempeln Brüche vorkommen, diese mögen nun hinten, oder vornen, oder in der mitten stehen, so multipliciret man dennoch die hinteren Sätze mit einander, und das Productum dividiret man durch den ersteren Satz; allein, wie diß multipliciren und dividiren mit Brüchen geschehe, wird bald gewiesen werden Sectione III.

Pro-

Problema XXVIII.

Die *Probe* zu machen, ob richtig in der *Regula de Tribus* verfahren worden.

Resolutio.

I. Wendet die Terminos um, machet den mittlern zum ersten, den ersten zum mittlern, und den gefundenen vierdten zum dritten.

II. Wenn nach der Operatione zum vierdten Satz derjenige heraus kommet, welcher vorher der dritte war, so ist richtig procediret worden: Ex. gr.

Fl.		Ducat.		Fl.	Ducat.
25	geben	6	was geben	1000?	240
		1000			
		6000			

1
2 2
6000
2555
2 2

(240 quarta inventa.

Proba

Ducat.		Fl.		Ducat.	Fl.
6	geben	25	was geben	240?	1000
				25	
				1200	
				48	
				6000	

6000
6666

(1000 Fl. Quarta inventa.

Scholion.

Aus dem 34sten Theoremate, weñ es heißt: Das *Productum* derer zwey äussersten *Terminorum* ist gleich dem *Producto* der zwey inneren *Terminorum*, kan man die Probe auch anstellen: Man multiplicire nur den ersten Satz mit dem vierdten,

ten, der gefunden worden, und wo ein Rest überblieben, addire man solchen darzu, so muß das Productum gleich seyn dem Producto der zweyen mittlern Sätze durch einander multipliciret, wenn richtig procedirt worden. Ex. gr. 6. mit 1000. multipliciret, giebt 6000. und 25 mit 240 multipliciret, giebt auch 6000.

Problema XXIX.

Auf dem *Proportional-Circul* nach der *Regula de Tri* zu rechnen.

Resolutio.

I. Es seyen die drey gegebenen Zahlen 12: 24: 48. Es fragt sich, wenn 12 Eymer 24 Ducaten kosten, wie theuer kommen 48 Eymer?

II. Nehmet den mittleren Satz 24. directè, das ist vom Centro aus auf der Linea Arithmetica, und traget diese Weite in den Divisorem 12. als den ersten Satz, nemlich von 12 auf 12.

III. Lasset den Proportional-Circul in dieser Oeffnung, und nehmet mit einem Hand-Circul die Weite von 48 zu 48.

IV. Traget diese von Centro aus auf die Lineam Arithmeticam, so wird sie in 96 einschlagen; Und so viel kosten die 48 Eymer, nemlich 96 Ducaten.

Scholion.

Es gehet auch manchmal an, daß man den dritten Satz nehmen und in den ersten Satz, als den Divisorem, tragen kan, welches wohl zu mercken: Denn manchesmal ist der andere Satz zu groß, daß man ihn in den ersten transversim tragen könte, so nimmt man denn dafür den dritten Satz, und trägt solchen in den Divisorem: Ex. gr. 12 Eymer kosten 48 Ducaten, was kosten 6. Eymer? Hier nehmet statt des mittleren Satzes 48. der sich in 12. transversim nicht tragen lässet, den dritten Satz 6. vom Centro aus, und traget ihn in den Divisorem 12. transversim: Nehmet alsdann mit einem Hand-Circul die Weite von 48 zu 48. auf dem unverruckten Proportional-Circul, so wird diese, wenn sie vom Centro aus probiret wird, in 24 einschlagen: So viel Ducaten kosten 6 Eymer.

Pro

Problema XXX.

Auf dem *Proportional-Circul* nach der *Regula de Tri* zu rechnen, wenn Zahlen vorkommen, da der andere oder dritte *Terminus* nicht kan zwischen die Zahl des ersten *Termini* gestellet werden.

Resolutio.

I. Man solte ausrechnen: Wenn 20 Pfund Caffee 48 Thaler kosten, wie viel 60. Pfund kosteten. Hier kan weder 48. noch 60. in die Zahl 20. transversim auf die Lineam Arithmeticam gebracht werden, demnach nehmet den mittleren Satz 48. directe vom Centro aus, und stellet solchen in deß Divisoris 20. duplum 40.

II. Lasset den Proportional-Circul in solcher Oeffnung und nehmet die Weite zwischen dem duplo von 60. welches ist 120.

III. Traget diese Weite directe vom Centro aus gegen die Lineam Arithmeticam, so giebt diese 144. zu der quarta proportionali inventa: So viel kosten 60 Pfund Caffee.

Problema XXXI

Auf dem *Proportional-Circul* nach der *Regula de Tri* zu rechnen, wenn der erste Satz eine grössere Zahl ist, als die *Linea Arithmetica* Theile hat.

Resolutio.

I. Ich hätte 240. Eymer Wein vor 96 Ducaten verkaufft: Wie theuer kommen 100 Eymer. So nehmet den mittleren Satz 96. directè, und traget solchen auf die Helffte des Divisoris 240. welches ist 120. transversim.

II. Lasset den Proportional-Circul in unverrückter Oeffnung, und nehmet die Weite zwischen der Helff-

Helffte des dritten Satzes 100. Diese ist 50 transversim.

III. Traget diese Weite directè auf die Lineam partium æqualium, giebt 40. vor die quartam proportionalem inventam: So viel, nemlich 40 Ducaten, kosten 100 Eymer.

Problema XXXII

Auf dem *Proportional-Circul* nach der *Regula de Tri* zu rechnen, wenn alle drey gegebene Zahlen grösser sind, als die *Linea Arithmetica* Theile hat.

Resolutio.

I. Die Linea Arithmetica ist in 200. gleiche Theile eingetheilet; man kan nun mente diese 200. vor 2000. Theile annehmen, und dann, wenn ein Theil vor 10. Theil gilt, gehet die Operatio wiederum richtig und leicht: Ex.gr. 240. Malter kosten 320. Thaler, wie theuer kommen 225 Malter? Hier nehme ich nun 320. und trage es von dem Centro aus auf 32. denn da ein Theilgen 10 Theil bedeutet, so machen 32 Theile 320 aus. Alsdann nehme ich diese Weite und trage sie in den Divisorem 24. denn 24 machet so viel, als 240. wenn ein Theil vor 10 Theil auf der Linea Arithmetica angesehen wird. Endlich nehme ich mit unverrückten Proportional-Circul die Weite von 22 zu 23. denn da 1 Theil vor 10 Theil angesehen worden, ist die Weite zwischen 22 und 23 so viel, als 225. diese Weite vom Centro aus directe auf der Linea Arithmetica gemessen, giebt 30. Da nun ein Theil vor 10 Theil gilt, so müssen 30 vor 10 mal 30. angesehen werden, welches 300. ist,

und

und so viel kommt auch heraus, wenn man nach der gemeinen Rechnung die quartam proportionalem suchet.

II. Bisweilen geschiehet es, daß man durch eine Zahl alle drey gar zu grosse Sätze dividiren, und solche in kleinere Zahlen bringen kan: Da procediret man alsdann mit denen kleineren Terminis, wie schon gelehret worden, und zuletzt multipliciret man nur die quartam inventam mit der Zahl, mit welcher man die drey Sätze dividiret hatte: Ex. gr. 480 geben 320. was geben 225. Alle drey Sätze lassen sich durch 5 dividiren, so stehet es also:

	480 ——	320 ——	225
divisa per 5.	96	64	45

Nun nehmet 64. directe, traget es in 96. transversim, und nehmet mit unverrückter Oeffnung des Hand-Circuls 45. transversim, traget diese Weite directe vom Centro aus auf die Lineam Arithmeticam, so wird es einschlagen in 30. dieß mit 5. als dem Divisore derer drey Sätze, wieder ~~dividiret~~, giebt multiplici 150. zur vierdten Proportional-Zahl, die man zu wissen verlangte.

Scholion.

Dieß ist nun eigentlich die wahre und einige Regula de Tri, nemlich zu dreyen bekannten Grössen die vierdte zu finden, wenn auch ihre Proportiones discretæ sind, wo nur in der That eine Geometrische Proportio darinnen ist. Nachdeme nun aber die Materien, darinnen man die Proportionem suchet, zuweilen mehrere Umstände erfordern, nachdeme giebt es auch unterschiedliche Veränderungen in dieser Regula. Manchesmal fraget man nicht nur nach einer, sondern mehreren Proportionibus, und zwar werden die Fragen zuweilen

nicht

nicht ordentlich auf einander gesetzt, dahero bekommet diese Regula de Tri unterschiedliche Namen, daß sie bald Regula de Tri simplex directa, bald Regula de Tri simplex inversa, bald composita, bald Regula Societatis heisset, wie in Definitione 49. bis 55. schon erkläret worden. Diese Veränderungen der Regulæ de Tri sollen nun die folgenden Problemata noch erklähren.

Problema XXXIII

Nach der *Regula de Tri simplice inversa* alle vorfallende *Exempel* zu *solviren* und die *quartam proportionalem* zu finden.

Resolutio.

I. In der Regula de Tri simplice directa, welche bishero erkläret worden, muß allemal **der vierdte gefundene Satz um so viel grösser seyn gegen dem andern Satz, als viel der dritte Satz grösser war, denn der Erste**; oder, **der vierdte muß um so viel kleiner seyn gegen dem andern, als der dritte kleiner war gegen dem Ersten.** Nun aber kommt es verkehrt: **Um wie viel der erste Satz grösser ist, als der dritte, um so viel ist** NB. **der andere kleiner, als der vierdte**; oder: **Um wie viel das erste kleiner ist als das dritte, um so viel ist das andere grösser als das vierdte.**

II. Verfahret demnach also: Nehmet den Satz, mit dem man eigentlich fraget, und setzet ihn vornen an, alsdann verfahret in allen, wie in der Regula de Tri simplice directa gewiesen worden.

III. Oder setzet die drey Sätze, wie sie kommen, und den fragenden Satz zuletzt, multipliciret aber die zwey vordern Sätze, und das Product dividiret durch den dritten Terminum.

Exem-

Exemplum I.

Es werden innerhalb 12 Monat 250. Soldaten mit einer gewissen Vestungs-Arbeit fertig, fragt sichs, wie viel Soldaten müssen arbeiten, wenn der Bau soll in 4 Monaten fertig werden? Setzet die drey Terminos wie sonst auch, saget in 12 Monaten werden 250 Mann fertig: Wie viel Männer sind nöthig, wenn die Arbeit in 4 Monaten muß fertig werden, so stehet es also:

Monat	Soldaten	Monat.
12	250	4

multipliciret die zwey vorderen Terminos, und das Product dividiret mit dem letzten Termino, so komt 750 Mann zur quarta proportionali.

Monat	Mann	Monat
12	250	4
	12	
	500	2
	25	3000 (750 Mann
	3000	444

Oder, setzet den fragenden Terminum, 4 Monat, gleich zu erst; saget: **Wie viel Männer braucht man in 4 Monaten, wenn 250 Männer 12 Monat brauchen**, und rechnet alsdann ordentlich, die 2 hintern Sätze multiplicirend, und das Product mit dem ersten Satz dividirend, kommen auch 750 Mann heraus.

Monat	Monat	Mann
4 ?	12	250.
		12
		500
		25
		3000

2
3000 (750 Mann.
444

Exemplum II.

Es ist in einer Vestung Proviant auf 4 Monat vor 3000 Mann; Es kommt ein Succurs von 800 Mann: Fragt sichs, wie lange wird nun das Proviant währen? Wolte man hier die Terminos wie sonst setzen, 3000 Mann ernähret das Proviant 4 Monat, wie viel Monat ernähret das Proviant 3800 Mann? So würde eine falsche Rechnung heraus kommen: Denn so würde das Proviant, welches nur 3000 auf 4 Monat erhält, 3800 auf 10 Monat ernähren, da doch bekannt, daß je mehr der Mäuler werden, je geschwinder das Proviant abnimmt. Demnach müssen entweder die zwey vordere Sätze mit einander multiplicirt, und das Productum durch den dritten Terminum dividirt, oder der fragende Satz zuerst gesetzet, hernach ordentlich procediret werden.

Ex. gr.

Mann	Monat	Mann	
3000	4	3800 ?	3 Monat und etliche Tage
	3000		
	12000	36	

12000 ($3\frac{600}{3800}$ Monat
3800

Oder den fragenden Satz zuerst gesetzet:

Mann

Mann	Mann	Monat
3800?	3000	4
	4	
	36	
	12ø00	600
	3800	(3 ― Monat.
		3800.

Exemplum III.

Man ist gesonnen eine Säule aufzurichten von lauter Quader-Stücken, deren jedes 3 Schuh dick; Es giengen deren just 16 auf die gantze Höhe der Säulen: Nun werden aus Irrthum Quader-Stücke von 4 Schuh dick hergeführt, fragt sichs also, wie viel brauch ich deren, wenn die Säule bey ihrer einmahl determinirten Höhe bleiben soll? Resp. per Regulam de Tri simplicem inversam saget, **wie viel 4 Schuh dicke Quader-Stück brauche ich, wenn 3 Schuh dicke Quader-Stücke 16. die gantze Höhe der Säulen ausmachen.**

4?	3	16
		3
		48
		44 (12 vier-schuhige Quader-Stücke.

Exemplum IV.

Mir lehnet ein Kauffmann 500 Ducaten auf 7 Monat, ich lehne ihme hernach auf 3 Monat desto mehr Geld, mit einerley Interesse, fragt sichs, wie viel muß ich ihme mehr lehnen, weil er es nur auf 3 Monat behält, da er mir die 500 auf 7 Monat giebt? Resp. saget: **Wie viel muß ich ihme lehnen auf 3 Monat, da er mir auf 7 Monat 500 lehnet.**

Monat	Monat	Ducaten
3 ?	7	500.
	500	
	3500	

222
3500 (1166 $\frac{2}{3}$ Ducaten.
333

Oder setzet es ordentlich, und multipliciret die vorderen Sätze:

Monat	Ducat	Monat	
7	500	3	222
	7		3500 (1166 $\frac{2}{3}$
	3500		333 Ducate

Problema XXXIIII

Auf dem *Proportional-Circul* **nach der** Regula de *Tri inversa simplice* **zu rechnen.**

Resolutio.

I. Es bauen 40. Soldaten eine kleine Schantze in 90 Tagen, wie geschwind würden 72 Soldaten damit fertig?

II. Nehmet 90. directe vom Centro aus auf der Linea Arithm. traget es transversim in 72. nehmet mit unverrückten Proportional-Circul die Weite von 40 transversim und traget es directe auf, so wird sie in 50 einschlagen, nemlich 50. Tage brauchen 72 Soldaten.

Scholion.

Solten auch hier in der Regula de Tri inversa unterschiedliche Sorten eines Satzes, als Gulden und Groschen, Malter und Metzen, ꝛc. vorkommen, so müssen solche vorhero zur kleinesten Specie reducirt werden.

Pre-

Problema XXXV.

Nach der *Regula de Tri directa composita* **alle aufgegebene** *Exempel* **zu** *solviren.*

Resolutio.

I. Es machen 12 Soldaten einen Damm in 5 Tagen 52 Clafter lang, wie weit kommen 15 Soldaten in 13 Tagen?

II. Hier ist die Regula de Tri zweymal zu appliciren: Erstlich heißt es in genere 12 Mann arbeiten 52 Clafter, wie viel thun 15 Mann? Denn die unterschiedene Tage sind hier noch nicht zu wissen nöthig; Demnach stehet es also:

Mann	Claffter	Mann
12	52	15 ?

52
15
———
260
52
———
780

1
16
780
122 (65 Claffter
1

III. Ferner heisset es nun in genere: Meine Arbeiter machen in 5 Tagen 65 Clafter, wie viel in 13 Tagen?

Tag	Claffter	Tag
5	65	13 ?

65
13
———
195
65
———
845

3
845 (169 Claffter
555

Wenn demnach das gantze Exempel also stünde so wäre das Facit 169 Clafter:

Soldat	Tag	Claffter	Soldat	Tag	Claffter
12	5	52	15	13?	169

Item

300. Thlr. bringen Interesse in 2 Jahren 36 Thlr. wie viel tragen 20000. Thaler in 12 Jahren. Dieß stünde nun also:

Thlr.	Jahr	Thlr.	Thlr.	Jahr
300	2	36	20000	12

Hier suchet nun erstlich durch die *Regulam de Tri*, weil 300 geben 36 — was 20000 geben?

Thlr.	Thlr.	Thlr.
300	36	20000

```
             36
          20000
         ------
  1      720000
720000 ( 2400. Thaler.
333300
```

Hierauf fraget: Wenn 20000 in 2 Jahren bringen 2400, wie viel bringen sie in 12 Jahren?

Jahr	Thaler	Jahren
2	2400	12 ?

```
      2400
        12
     -----
      4800
       24
     -----
     28800

            28800 (
            22222 ( 14400 Thlr.
```

Ist also das verlangte Interesse 14400 Thlr.

Item:

4 Mühlen mahlen in 3 Stunden 56 Metzen Meel, wie viel mahlen 9 Mühlen von eben der Gattung in 11 Stunden. Das gantze Exempel stünde also:

Mühlen	Stund	Metzen	Mühlen	Stund.
4	3	56	9	11

Lasset nun erstlich die Stunden hinweg, und fraget:

Müh-

Mühlen	Metzen	Mühlen
4	56	9
	9	
12	504	
504 (	126 Metzen.	
444		

Nunnehmet die Stunden und saget, in 3 Stunden mahlen sie 126 Metzen, wie viel mahlen sie in 11 Stunden:

Stund	Metzen	Stund
3 ——	126 ——	11
	11	
	126	
	126	
	1386	1
	1386 (	462 Metzen
	333	

Ergo mahlen 9 Mühlen in 11 Stunden 462 Metzen.

Scholion I.

Ob nun zwar diese beschriebene Art die richtigste ist, so ist gleichwohl zu mercken, daß man bey der Regula de Tri composita directa einen allgemeinen Vortheil habe, wodurch das gesuchte weit geschwinder gefunden wird. Suchet den allervornehmsten Satz unter allen gegebenen in dem Exempel, und setzet solchen in die Mitte, die übrigen Sätze rangiret in ihrer gewöhnlichen natürlichen Ordnung, vor und nach dem Hauptsatz, wie sichs gebühret. Hierauf multipliciret alle Neben-Sätze, die hinter dem Haupt-Satz stehen, durch einander, und so auch alle Neben-Sätze die vor dem Haupt-Satz stehen. Wenn dieß geschehen, so setzet das gantze Exempel wieder neu auf, nemlich den Haupt-Satz in die Mitte, das Product aller vordern Neben-Sätze zum ersten Satz, und das Product aller hintern Neben-Sätze zum dritten Satz, und verfahret nach der Regula de Tri, die zwey hintern multiplicando

do, und das Productum mit dem ersten dividendo, so ist das Pacit gefunden. Wir wollen die erstern Exempla wiederhohlen, so wird es desto deutlicher werden.

Soldat	Tagen	Claffter	Soldat	Tagen
12	5	52	15	13?

12
5
―――
60

15
13
―――
45
15
―――
195

60 52 195

195
52
―――
390
975
―――
10140

45
10140 (169 Claffter
6660

Exemplum II.

Thlr.	Jahr	Thlr.	Thlr.	Jahr
300	2	36	20000	12?

300
2
―――
600

20000
12
―――
240000

600 36 240000

36
240000
―――
1440000
72
―――
8640000

22
8640000 (14400 Thlr.
66600

Exem-

Exemplum III.

Mühlen	Stund	Metz	Mühlen	Stund
4	3	56	9	11 ?
3				9
12				99

12 ———— 56 ———— 99

56
594
495
5544

1
172
5544 (462 Metzen.
1222
11

Scholion II.

Ohne alle Noth machen einige aus dieser Regula de Tri composita eine gantz besondere Regul, und nennen es Regulam Quinque, Sex, &c. Alleine, da man in dieser doch nichts weiters thut, als was in der Regula de Tri simplice auch geschicht, so sehe nicht, warum man die Entia præter necessitatem multipliciren will.

Scholion III.

Wenn man demnach das Judicium ein wenig gebrauchet, und die unterschiedliche Umstände immer mit der Haupt-Frage verbindet, so kan man in einem einigen Exempel die Regulam de Tri so vielmal gebrauchen, als es Noth thut. In dem gelehrten Haupt-Vortheil aber mercke man nur dieses, daß derjenige Satz allemal der Haupt-Satz sey, welcher gleichen Namen mit dem *quæsito* führet, oder *Termino quarto*, der heraus kommen soll.

Problema XXXVI

Nach der *Regula de Tri composita inversa* alle vorkommende *Exempel* aufzulösen.

Resolutio.

I. Muß man genau Achtung geben, daß man die Sätze ordentlich rangire, weshalben in allen solchen Fällen dieß zum voraus zu wissen ist, daß nur eine unter allen denen vorfallenden Operatio-

rationibus eines *Exempels*, die *inversa* sey, die übrigen gehen hernach alle nach der *Regula directa*.

II. Exempli gratia: Es müsse ein Fuhrmann 40 Centner Schieß-Pulver auf 24 Meilen vor 32 Thaler führen; Es kommen noch 120 Centner darzu, u. ich zahle dem Fuhrmañ 288 Thlr. fragt sichs, wie weit muß er es nun führen? Wo man mit Vernunft es ansiehet, so stehet es also: Was geben 120 Centner, wenn 40 Centner 24 Meilen geben?

Centner	Centner	Meilen		
120	40	24	1	
		40	960	8 Meilen
		960	120	

III. Darauf heisset es nun ferner nach der Regula directa: 32 Thaler bezahlen 8 Meilen, was bezahlen 288 Thlr?

Thlr.	Meilen	Thlr.
32	8	288
		8
		2304

26	
2304	72 Meilen.
322	
3	

IV. Oder man kan dieß Exempel also tractiren, daß man erstlich nach der Regula directa saget, vor 32 Thaler fähret man 24 Meilen, wie weit fährt man (mit eben der Last) vor 288 Thlr? Kommt 216 Meilen. Alsdann saget man per Regulam inversam: Wenn ich 40 Centner vor so viel Geld füh-

führen lasse, so wird es 216 Meilen transportirt; Lasse ich nun 120 Centner für eben das Geld führen, wie weit kommet es alsdann?

Centner	Centner	Meilen.
120 ?	40	216
		40
		8640

1 2
8640 (72 Meilen. Ist eben wieder das vorige.
1220
1

Scholion I.

Hier wird vor allen ein gutes Judicium und Nachsinnen erfordert, sonst kan man gröblich fehlen. Es ist dahero rathsam, man mache allemal die Probe, welche geschiehet, wie oben gewiesen worden, wann man den neu-gefundenen Terminum nimmt, und damit von hinten vorwärts den ersten Terminum wieder suchet.

Scholion II.

Nebst der Probe ist in solchen Fällen der kürtzeste und leichteste Weg dieser: 1) Setzet die Sätze mit ihren Neben-Sätzen ordentlich zusammen, so siehet man das gantze Exempel vor Augen, und kan sich desto bessern Begriff ohne Irrthum davon machen. 2) Hierauf multipliciret die Sätze und Neben-Sätze durchs Creutz, nemlich den vordern Satz mit dem hinteren Neben-Satz, und den hintern Haupt-Satz mit dem vordern Neben-Satz. 3) Mit denen Producten verfahret alsdann nach der Regula inversa simplice, so kommt das rechte Facit heraus. Es sey das vorige Exempel wieder, so wird die Sache, so schwührig sie auch scheinet, dennoch dadurch selbst desto deutlicher werden; dieß stehe nun völlig aufgesetzet also:

Cent-

Centner	Thlr.	Meilen	Thlr.	Centner
40	32	24	288	120 ?

288
40
11520

32
120
640
32
3840

3840 ? 11520 24

11520
24
46080
2304
276480

I
I. 7
6̶0̶6̶
2̶7̶6̶4̶8̶0̶ (72. Meilen
3̶8̶4̶4̶0̶
3̶8̶

Scholion III.

In vielen Exempeln muß man die Regulam de Tri wohl 3, 4, und mehrmahlen anbringen, als in denen **Gesellschafts-Rechnungen** deren ein eintziges Exempel angebracht, alles deutlich machen wird. Es haben drey Kauffleute in einer Handlung mit einander Profit erhobē 4000. Thlr. Der erste hat in die Handlung gelegt 2000 Thlr. Der andere 1000 Thlr. Der dritte 600 Thlr. Hier ist nun ausgemacht, daß je mehr einer Geld hergeschossen, je grössern Gewinn er auch fordere. *Ergo* **verhält sich jederzeit die gantze** *Summa* **der zusammen-gelegten Gelder, zu eines jeden hergeschossenen Theil, wie sich der gantze Gewinn zu eines jeden Antheil des Gewinns verhält.** Demnach stehet das Exempel also:

I.	2000 Thlr.	leget der erste Kauffmann
II.	1000 : :	der andere
III.	600. : :	der dritte Kauffmann.
	3600. : :	die gantze Summa der Zulage.
	4000. : :	der gantze Gewinn.

Nun saget: Wie sich verhält die gantze *Summa* 3600. zu des ersten Zulage 2000. so verhält sich auch der gantze Gewinn 4000. zu des ersten Kauffmanns Antheil des Gewinns.

Thlr.	Thlr.	Thlr.
3600	2000	4000?
		2000
		8000000

```
2 2 2
2 8 8 8 8
8 0 0 0 0 0 0  (2222 800/3600  Erster Gewinn
3 6 6 6 6 0 0
  3 3 3
```

Ferner procediret mit dem andern Gewinn auch also: Saget, wie sich verhält die gantze Summa zu des andern Zulage, so verhält sich der gantze Gewinn zu dem Antheil des Gewinns des andern Kauffmanns.

Thlr.	Thlr.	Thlr.
3600	1000	4000
		1000
		4000000

```
      1 1 1
    1 4 4 4 4
    4 0 0 0 0 0 0  (  4000000
    3 6 6 6 6 0 0     IIII 400/3600  Zweyter Gewinn.
      3 3 3
```

Endlich machet es mit dem dritten auch also, saget: Wie sich verhält die gantze *Summa* des zusammen gelegten Geldes zu dem Antheil des dritten Kaufmanns, so verhält sich auch der gantze Gewinn zu des dritten Gewinnhabers Antheil.

Thaler

Thlr.	Thlr.	Thlr.
3600	600	4000
		600
		2400000

22
266
6444
24ØØØOO (666 $\frac{2400}{3600.}$ Dritter Gewinn
366600
33

Die Probe ist, wenn man alle Gewinnste samt derer Brüche Numeratoribus addiret, wo die gantze Gewinn-Zahl 4000 heraus kommt, so ist der Gewinn richtig ausgetheilet worden.

I. 2222 $\frac{800}{3600}$ Erster Gewinn.

II. 1111 $\frac{400}{3600}$ Zweyter Gewinn.

III. 666 $\frac{2400}{3600}$ Dritter Gewinn.

4000 Summa des gantzen Gewinns.

Denn wenn man die drey Numeratores dieser drey Brüche zusammen addiret, so kommet 3600 heraus, so groß ist der Denominator auch: Ergo machen die Brüche ein gantzes aus, welches, zu denen drey Gewinnen addiret, die gantze Summam des allgemeinen Gewinns wieder heraus bringt.

Scholion IV.

Es giebt unterschiedliche Vortheile, deren man sich zuweilen in desto geschwinderer Ausrechnung bedienen kan; welche insgesamt unter dem Titul der Welschen *Practica* begriffen werden; allein solche Vortheile gehören eigentlich vor die geübtesten: Denn wer sich erst eine Stunde auf ein solch Compendium besinnen muß, der wird leichter nach der ordentlichen Manier die Sache zu Ende bringen. Uberhaupt sage ich: Man gehe am besten und sichersten, wenn man bey der ordentlichen Arbeit bleibet. Denn 1) kan man sich

gar

gar oft in solchen Compendiis grausam stossen, wenn man allzugeschwind verfahren will; 2) ist es nicht allemal gleich gefunden, durch welch Compendium man einen Vortheil haben könne; bis ich mich nun lange bedencke, so ist die ordentliche Arbeit geschehen. Wir führen doch diese Compendia mit an, damit die, welche Lust haben, solche hier finden mögen.

I. Wenn der erste und andere Satz, oder auch der erste und dritte Satz aus solchen Zahlen bestehet, welche sich mente durch einerley Zahl also dividirẽ lassen, daß es aufgehet, so thut man solches mente, und nim̃t die herauskom̃ende Quotienten als neue Sätze an, und operiret alsdann: Ex. gr. 4 Pfund kosten 16 Thlr. was kosten 7 Pfund? Hier sind die zwey ersten Sätze so beschaffen, daß sie durch einerley Zahl könten dividiret und in denen Quotienten zu kleinern Sätzen gemacht werden. Denn 4 hab ich in 4. einmal, und 4 in 16 steckt 4 mal: Ergo stehen die Sätze nun also:

Pfund	Thlr.	
4	16	7
1	4	7
		4
		28 Thlr.

Und mithin darf ich nur mente den dritten Satz 7. durch den verringerten mittlern 4 multipliciren, so kommt gleich heraus, wie viel 7 Pfund kosten, nemlich 28 Thlr. Denn der erste Satz wird 1. welches nichts dividiret.

II. Wenn die erste oder dritte Zahl eine Unitas ist, so kan man oft die Arbeit mente verrichten: Ist der erste Satz ein 1. so multipliciret nur die zwey hintern Sätze durch einander, das Productum ist die verlangte vierdte Zahl: Ist der dritte Satz ein 1. so dividiret nur die mittlere durch die erste, der Quotient ist die verlangte Proportional-Zahl: Ex. gr. Ey:

Eymer		Fl.		Eymer	Fl.
1	kostet	6	was kosten	8?	48
				6	
				48 Fl.	

Item:

Malter		Fl.	Malter	Fl.
4	kosten	16 (4 Fl.	1?	4
		4		

III. Wenn diejenigen zwey Sätze, welche einerley Nahmē führen, nur um eine Unität von einander unterschieden sind, so kan man einen besondern Vortheil haben, nemlich man dividiret den mittlern Satz durch den ersten also gleich, und den Quotienten ziehet man von dem mittleren Satz wieder ab, so giebt der Rest die quartam proportionalem.

Exemplum I.

Eymer		Fl.		Eymer
9	kosten	45	was kosten	8?

45 / 9 (5

45
5
40 Fl. kosten 8 Eymer.

Exemplum II.

Ellen		Fl.	Ellen
36	kosten	108	35

1
108 / 36 (3

108
3
105 Fl. kosten 35 Ellen.

Nota.

Wenn unter denen zwey gleich-nahmichten Sä-

tzen

tzen der erste um 1 grösser ist als der dritte Satz, so subtrahiret man den Quotienten von dem mittleren Satz: Ist aber der erste Satz um 1 kleiner als der dritte, so addiret man den Quotienten zum mittleren Satz, so kommt in beyden Fällen dadurch die quarta proportionalis heraus. Setzet nur die zwey vorigen Exempel verkehrt her, so wird es deutlich werden:

Exemplum I.

Eymer	Fl.	Eymer
8	40	9 ?
	8 (5	

40
5
―――
45 Fl. kosten 9. Eymer.

Exemplum II.

Ellen	Fl.	Ellen
35	105	36 ?
	35 (3	

105
3 Fl. kosten 36 Ellen.
―――
108

IV. Wenn der erste oder dritte Satz 1 ist, und der andere von beyden nicht allzugroß, und der mittlere Satz bestehet aus Zahlen von vielerley Sorten, so ist unnöthig, daß man die Sorten des mittlern Satzes zur kleinesten Gattung bringe, sondern man verfähret nur gleich mente also:

Ein Pfund kostet 3. Thlr. 8. Groschen 6. Pfenning, wie viel kosten 5. Pfund? So multiplicire ich gleich von der Rechten zur Lincken, und nehme von dem Producto die gantzen die darinnen stecken, heraus, und addire sie zur folgenden Sorte, allezeit nach der Multiplicatione, den Rest schreibe ich unten

hin unter seine gehörige Sorte, so kommet das gantze Facit gleich heraus: Ex. gr. Ich sage 5 mal 6 ist 30. in diesen 30 Pfennigen stecken 2 Groschen und 6 Pfennige: Ergo schreibe 6 unter die Pfennige und die 2 Groschen mercke ich interim. Ferner multiplicire ich die 8 Groschen mit dem dritten Satz 5 Pfund, sage 5 mal 8 ist 40. Nun machen 24 Groschen einen Thaler, den mercke ich mente und die 16 Groschen Rest von 40. sammt denen 2 Groschen Rest von denen Pfennigen, setze ich als 18 Groschen unter die Sorte der Groschen. Endlich multiplicire ich die Thaler mit dem dritten Satz 5. und sage 3 mal 5 ist 15. Thaler, und der eine Thaler von den Groschen übrig geblieben sind 16 Thaler. So ist das gantze Facit fertig, und kosten 5 Pfund 16 Thaler 18 Groschen und 6 Pfennige: Das Exempel stehet also:

Pfund	Thlr.	Gr.	Pfennige	Pfund
1	3 = =	8 =	6	5 ?
			5	
	16 = =	18 = =	6	

Scholion V.

Dieß wäre nun das nöthigste von dieser Regula de Tri, und andern Numeris Proportionum, welches, wo es ein Anfänger nur mit Gedult und etwas Aufmercksamkeit, durchlesen will, er leicht von selbsten, ohne einen mündlichen Docenten dessen zu haben, begreiffen kan, und wo ein Anfänger nur so viel gründlich sich bekannt machet, wird ihme alles folgende desto leichter werden.

Scholion VI

Dieß eintzige ist noch zu erinnern, daß gar vielmahlen in der Operatione Brüche übrig bleiben, oder Gantze mit Brüchen vorkommen. Hieran stosse sich nun ein Anfänger nicht, sondern schreibe solche nur gedultig hinter den Quotienten, wie ge-

gewiesen worden, und gebe sich zu frieden, bis er in die dritte Sectionem dieses ersten Theils meiner Mathematischen Anfangs-Gründe komme, darinnen ich, besserer Ordnung wegen de Numeris Fractis alleine handle, daselbst wird er mit mehr Licht alsdann lernen alle Brüche zu tractiren, sie mögen aussehen wie sie wollen, und mögen auch stehen wo sie wollen, in dem ersten, mittlern, oder dritten Satz, oder in allen dreyen Plätzen. Ich habe aus der Praxi meiner Informationum gefunden, daß Schüler weit richtiger werden, wenn man ihnen die Brüche alsdann erst erklähret, wo sie mit gantzen Zahlen vorhero ein wenig besser umzugehen gelernet haben.

Scholion VII.

Nach bisherigen Præceptis sind die Proportiones discretæ, und continuæ erklähret worden: Wenn nun eine continua proportio in vielen Rationibus hinter einander fortgehet, so heisset solches *Progressio*, und zwar entweder *Geometrica*, oder *Arithmetica*; wie Definitione 43. & 44. erklähret worden. Hiervon handelt nun noch mit wenigen das folgende Caput.

CAPUT V.

Von denen Progressional-Zahlen.

Problema XXXVII

Eine Reyhe *Arithmetischer Progressional*-Zahlen zu *addiren*.

Resolutio.

I. Addiret das oberste und unterste, oder die erste und letzte Zahl.

II. Die Summam multipliciret mit der Helfte der Reyhe aller Progressional-Zahlen, das Product ist der Innhalt aller Reyhen Zahlen.

III. Solten sich die Reyhen nicht halbiren lassen, so nehmet die halbe Summam von dem obersten und untersten Termino, und die gantze Anzahl der Progressional-Reyhe durch einander multipliciret, bringt auch das wahre Factum.

Exemplum I.

Progressionis naturalis Arithmeticæ.

Es fraget sich, wie viel Schläge thut eine Glocke in 24. Stunden, wenn sie in der ersten Stunde 1. in der anderen 2. 2c. thut u. bis 12 Schläg fortgehet, dann wieder von fornen anhebt? Dieß wäre nun ein langweilig addiren, wenn man die gantze Reyhe unter einander setzen und alle addiren müste: Addiret demnach nur die erste Zahl 1. und letzte 12, sind 13. Diese Summam multipliciret mit der halben Anzahl derer Terminorum, diese ist 6. denn 12 Termini sind es: Ergo kommt 78. heraus, so viel Schläge thut die Glocke in 12. Stunden, dieß dupliret kommt 156. so viel schlägt sie in 24. Stunden.

Exemplum II.

Progressionis artificialis Arithmeticæ.

Zur Straffe wurde einem Ehebrecher aufgeleget, er solte den ersten Tag 2. den andern 4. den dritten Tag 6 Steine 2c. und so fort in dem Wachsthum von zweyen, 114 Tage lang zu einer Brücken tragen, welche zum Angedencken seiner Schande daselbst solte erbauet werden. Fragt sichs, wie viel Steine hat er in allem getragen? Resp. Addiret den ersten und letzten Terminum, kommt 234. heraus: Denn am letzten Tag müste er 232 Steine tragen. Diese Summam multipliciret mit der Helfte der Reyhe: die gantze Reyhe ist 114 Tage, die Helfte 57. kommt heraus 13338 Steine.

Ex-

Exemplum III.
Progressionis artificialis Arithmeticæ mit ungeraden Zahlen.

In der Belagerung einer Vestung verspricht der Commendant zweyhundert ausfallenden Soldaten, wo sie tapfer sich weisen würden, so wolte er jedem, den ersten Türcken-Kopf mit einem Ducaten, den andern Kopf mit 7. den dritten vor 13. den vierdten vor 19 Ducaten, ꝛc. bezahlen. Nun hat ein Officier 14 Türcken erschlagen, fragt sichs wie viel Ducaten hat er bekommen? Resp. den ersten Terminum 1. und den letzten Terminum 79 Ducaten addiret, und die Summam 80. durch die Helfte der Reyhe von 14 Türcken-Köpfen, welche ist 7. multiplicirt, giebt 560 Ducaten, welche der Officier bekommen hat.

Scholion I.

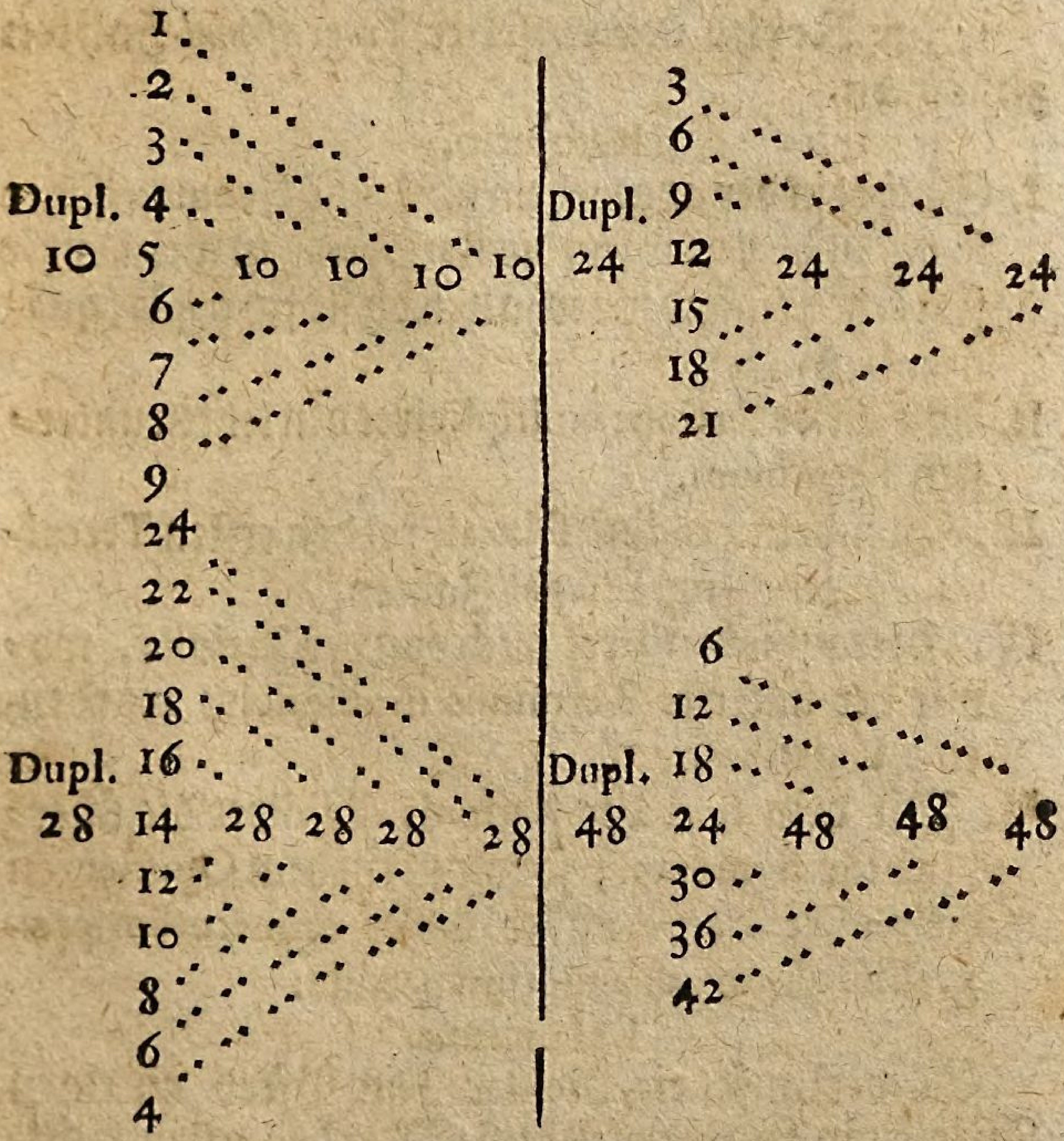
Wer Belieben hat, kan diese Progressional-Zahlen in der Reyhe unter einander setzen, und, nach darunter gezogener Linie operiren, wie das Problema anweiset, so wird es desto deutlicher werden: Um der Kürtze willen setzen wir dieß letztere Exempel allein her;

Türcken-Köpfe			Ducaten.
1	-	-	1
2	-	-	7
3	-	-	13
4	-	-	19
5	-	-	25
6	-	-	31
7	-	-	37
8	-	-	43
9	-	-	49
10	-	-	55
11	-	-	61
12	-	-	67
13	-	-	73
14	-	-	79 ultimus
Die Helfte von 14. 7			1 primus
			80 Die Helfte
			7
			560 Ducaten

Scholion II.

Der gantze Grund dieser Rechnungs-Art ist aus dem 33. Theoremate samt dem Corollario herzuleiten, weilen nemlich in einer Proportione Arithmetica continua die beyden Extrema addiret allemal gleich sind dem mittlern doppelt genommen. „Wenn nun eine gantze Reyhe solcher Arithme-
„tischen Progressional-Zahlen unter einander stehen, entwe-
„der in auffsteigenden Uberschuß, oder in abnehmender Verrin-
„gerung, so ist allemal die Summa von denen zwey mittelsten
„gleich der Summæ des nächst-obern und nächst-unteren, oder
„wo die Reyhe ungleich, so ist allemal die Summa des einen
„mittlern, doppelt genommen, gleich der Summæ des obern
„und untern nächstens, addirt. Item es ist die mittlere, dop-
„pelt genommen, auch gleich der Summæ des in der Reyhe
„zweyten oberen und zweyten untern Termini: Item, des
„in der Reyhe dritten obern und untern &c. Wir wollen etliche Progressiones continuas Arithmeticas hieher setzen von unterschiedlichen Differentien, da eine allemal um 1 steiget,

get, die andere allemal um 3 wächset, die dritte um 2 allezeit fällt, so wird man sehen, daß die mittelste, doppelt genommen, allemal gleich sey der Summæ der nächst-obern und untern, oder der Summæ der nächst-zweyten obern und untern, oder der Summæ der nächst-dritten obern und untern, ꝛc. Item, wenn man auch eine andere aus ihnen heraus nimmt, nicht just die mittlere und dupliret sie, so wird sie auch gleich seyn der Summæ des nächst-obern und untern, der Summæ des nächst-zweyten oberen und untern addiret, ꝛc.



Scholion III.

Aus diesem erhellet nun deutlich, wenn ich den ersten und letzten Terminum dieser Progressional-Zahlen addire, so bekomme ich eine Summam, die so vielmal noch enthalten ist in denen herunter stehenden Terminis, als doppelte Termi-

ni von oben und unten gegen das mittelste hie stehen. Daher haben die Arithmetici einen general-Weg genommen, bey allen vorfallenden Arithmetischen Progressional-Zahlen geschwind die gantze Summam deren zu wissen, welcher in dem vorhergehenden Problemate gewiesen worden.

Scholion IV.

Man präge sich diese materie wohl ein, denn in der künftigen Logarithmischen Rechnung wird dieß viel Licht geben.

Problema XXXVIII

Eine Reyhe *Geometrischer Progressional*-Zahlen zu *addiren*.

Resolutio.

I. Suchet in der angegebenen Reyhe Geometrischer Progressional-Zahlen, die Rationem, in welcher sie sich gegen einander verhalten ob sie sey tripla, quadrupla, &c.

II. Mit dieser Ratione multipliciret den letzten untersten Terminum.

III. Von dem Product subtrahiret den ersten Terminum derer Progressional-Zahlen.

IV. Hierauf subtrahiret auch von der Ratione, womit der unterste Terminus multiplicirt worden, eine Unitatem.

V. Mit dem Rest der Rationis dividiret die überbliebene Summam, so kommt in dem Quotienten die wahre Summa aller dieser numerorum progressionalium addendorum heraus.

Exemplum.

Es verkauft ein Reuter sein Pferd an einen Wirth um folgenden Preiß: Vor den ersten Huff-Nagel soll er ihme einen Pfennig, vor den zweyten Huff-Nagel 4 Pfennige, vor den dritten 16 Pfennige, und so fort in proportione Geometrica steigend, bezahlen. Fragt sichs was kostet das Pferd?

Cu-

Curiositatis gratia wollen wir das gantze Exempel auffsetzen, so wird es zu allen andern fürfallenden Casibus das Licht geben, dieselbe zu solviren.

Pfennige	Huffnägel
1	1
4	2
16	3
64	4
256	5
1024	6
4096	7
16384	8
65536	9
262144	10
1048576	11
4194304	12
16777216	13
67108864	14
268435456	15
1073741824	16
4294967296	17
17179869184	18
68719476736	19
274877906944	20
1099511627776	21
4398046511104	22
17592186044416	23
70368744177664	24
281474976710656	25
1125899906842624	26
4503599627370496	27
18014398509481984	28
72057594037927936	29
288230376151711744	30
1152921504606846976	31
4611686018427387904	32
4	Ratio

18446744073709551616

5 Unitas subtracta.

1 2 2 1 2 2 1 1 1 2

18446744073709551615 (6148914691236517205 — So viel Pfennige kostet das Pferd.

Ratio — 3333333333333333333

Unitate minor.

Wenn man nun diesen Quotienten, als die wahre Summam der Pfennige, wie viel das Pferd kostete, mit 240. zu Gulden machet, denn 240 Pfennige machen einen Gulden, so kostete das Pferd

25 620 477 880 152 155 Fl. 5 Pf.

Scholion I.

Der Grund dessen beruhet auf dem 34sten Theoremate und dessen Corollario, welches ein jeder, der ein wenig nachdencken will, aus dem bisherigen erklährten leicht wird verstehen können.

Scholion II.

So ein grosser Vortheil nun dieses ist, nur mit der ersten und letzten Zahl operiren zu dörffen, daß man das gantze Facit bekomme, da es sonsten mühsam genug wäre, wenn man alle Reyhen unter einander gesetzet addiren solte: Ein desto grösserer Vortheil ist es, wenn man auch gleich den untersten Terminum finden kan, ohne daß man alle Progressional Zahlen erst nach der Reyhe aufsetzen muß; denn wenn die Reyhen lang, so machet dieses wieder nicht wenig Mühe. Beydes nun, so wohl in der Arithmetica, als Geometrica Progressione durch einen Vortheil den letzten Terminum zu finden, sollen folgende Problemata zeigen.

Problema XXXVIIII.

Es sey eine *Arithmetische Progressional*-Zahl nur also gegeben, daß man zwar das Wachsthum im Uberschuß, oder die *Differentz* in der Ver-

Vereinigung, sammt der Anzahl derer Reyhen wüste, aber der letzte Terminus nach seiner Grösse unbekannt wäre, zu finden, wie groß die letzte Zahl sey, ohne die gantze Reyhe zu setzen.

Resolutio.

I. Nehmet die Differenz, nach welcher die Zahlen wachsen oder fallen, es sey solche 2. oder 3. oder 4. rc. nach welcher Proportione Arithmetica sie eben lauffen, und multipliciret damit die Anzahl aller Reyhen, auf wie vielmal nemlich die Proportio steigen soll, NB. weniger eins.

II. Addiret alsdann zu dem Producto die erste und kleineste Progressional-Zahl, so hat man die letzte und gröste Progressional-Zahl compendiös gefunden.

Exemplum.

Es sey zur Probe das obige Exempel wieder: Ein Commendant verspricht für den ersten Türcken-Kopf 1 Ducaten; für den zweyten 7. für den dritten 13. Ducaten, rc. Ein Officier säbelt 14 Türcken die Köpfe ab: Fragt sichs, wie viel bekommt er vor den 14den Kopf alleine, oder wie groß ist die 14de Progressional-Zahl? Resp. Die Differenz in welcher die Zahlen in diesem Exempel steigen, ist 6. denn 7 differiret um 6 von 13, wie 13 von 19 auch um 6 unterschieden ist. rc. Nehmet nun diese Differenz 6. und multipliciret damit die Anzahl der Türcken-Köpfe weniger eins, ist 13. so kommt zum Product 78. addiret hierzu die erste kleineste Progressional-Zahl, welche ist 1 Ducaten vor den ersten Kopf, so ist das Facit 79. So viel Ducaten bekommt der Officier

vor den 14den Kopf, oder 79 ist die 14de Progressional-Zahl groß.

Problema XXX X.

Es seye eine *Geometrische Progressional*-Zahl gegeben, zu finden wie groß der letzte *Terminus* seye, ohne alle Reyhen mit viel Arbeit untereinander zusetzen.

Resolutio.

I. Dieß ist sehr schwehr, doch nicht so mühsam, als wenn alle Reyhen untereinander müsten ausgerechnet werden. Die Methode lauffet auf eine Art der Logarithmischen Rechnung hinaus, und ist folgende.

II. Bemercket am ersten in welcher Ratione die Zahlen steigen, ob sie in Ratione dupla, tripla, &c. wachsen. Nach solcher Ratione schreibet euch etliche der ersten und leichtesten hinter einander her, und setzet über die erste ein 0. über die andere ein 1. und so fort. Ex. gr. wir wollen das Exempel des nach seinen Huff-Nägeln verkauften Pferdes behalten. Die Ratio darinnen war subquadrupla: Ergo setzet etliche Progressional-Zahlen in Ratione subquadrupla, und oben darüber ihre Logarithmos also:

0.	1.	2	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1.	4.	16.	64.	256.	1024.	4096.	16384.	65536.	262144.

III. Nun ist bekannt, u. wird auch unten in der Logarithmischen Rechnung angezeiget werden, daß, wenn man nach dem Theoremate 33. zweyer solcher Logarithmorum, als Arithmetischer Progressional-Zahlen, ihre Summam nimmt, so giebt dieß einen Logarithmum zu einer neuen Geometri-

tri-

trischen Progressional-Zahl. Ex. gr. nehmet derer zwey Geometrischen Zahlen 4. und 16. ihre obendarüber stehende Zahlen 1 und 2. addiret diese zwey Logarithmos, so kommt 3. Unter diesem Logarithmo 3. stehet nun die Geometrische Progressional-Zahl, welche heraus gekommen wäre, wenn ich 4 und 16 multipliciret hätte, nemlich 64.

IV. Da es nun allemal so eintrift, wenn man es auch mit folgenden Zahlen probiret, so giebt dieses den Weg, hierdurch leicht die letzte Progressional-Zahl zu finden, wenn sie auch noch so groß wäre. Nemlich also: **Wenn man statt desjenigen** *Logarithmi*, **einer zu suchenden** *Geometrischen proportional*-**Zahl.** (Ex. gr. der funfzehenden Geometrischen, so wäre der Logarithmus 14.) **zwey kleinere** *Lagarithmos*, **die doch zusammen** *addirt* **den grossen** *Logarithmum* **14. ausmachen, annimmt,** (Ex. gr. 5. und 9, oder 6 und 8, oder 7 und 7.) **und die unter solchen kleineren** *Logarithmis* **stehende** *Geometrische Progressional*-**Zahlen durch einander** *multipliciret*, **das** *Product* **aber mit der ersten** *Progressional*-**Zahl wieder** *dividiret*, **so bekommet man die begehrte grössere** *Geometrische Proportional*-**Zahl heraus.** Ex. gr. Ich möchte wissen, wie groß die in der Ordnung fortgehende 15de Progressional-Zahl wäre, da die Ratio subquadrupla ist; so nehme ich nur aus denen deßwegen in eine Reyhe gesetzten einigen Progressional-Zahlen, diejenige zwey obere Logarithmos, die zusammen 14 ausmachen, (denn die Logarithmi sind allemal um 1 weniger, weil sie mit 0 anfangen,)

gen,) diese sollen nun ex. gr. seyn 5 und 9. Diejenigen Geometrischen Progressional-Zahlen nun, die unter 5 und 9 stehen, nehme ich und multiplicire sie durch einander, und das Productum dividire ich durch den ersten kleinsten Progressional-Terminum, dieser ist hier 1. der nichts dividiret. Ergo ist das Productum die 15de Progressional-Zahl in Ratione subquadrupla immer steigend.

262144	Die 10de Progreß-Zahl des 9den Lagar.
1024	Die 6te Progreß-Zahl des 5ten Logar.
1048576	
524288	
262144	
268435456	Die 15de Progreß-Zahl des 14den Logar.

V. Multipliciret man dieses 14den Logarithmi seine funffzehende Geometrische Progressional-Zahl nochmahlen mit sich selbst, so bekommt man des 28sten Logarithmi seine 29ste Geometrische Progressional-Zahl heraus:

```
         268435456
         268435456
        ----------
        1610612736
       1342177280
      1073741824
     1342177280
    805306368
   1073741824
  2147483648
 1610612736
536870912
------------------
72057594037927936
```

Die 29ste Progressional-Zahl 72057594037927936

VI.

VI. Will man nun folgend die 32ste Progressional-Zahl haben, so nehmet nur noch die Zahl des dritten Logarithmi und multipliciret damit die 29ste Progressional-Zahl, so erhaltet ihr die 32ste:

72057594037927936
64
288230376151711744
432345564227567616
4611686018427387904

So hat man die letzte und gröste Geometrische Progressional-Zahl gefunden, welches, ob es zwar auch etwas mühsam, so ist es doch ein weit grösserer Vortheil, als wenn man alle Progressiones nach der Ordnung erst ausrechnen müste. Ich habe auf solche Weise doch nicht mehr als zwey Arbeiten, da ich sonst zwey und dreyssig mal immer grösser kommende Zahlen wieder multipliciren müste.

Scholion.

Wenn zumahlen recht grosse Exempel vorkommen, da ist der Nutzen dieses Problematis ungemein. Als der Sessa Ebn Dahir dem König Scheramo das erfundene Schach-Spiel zeigte, und er sich eine Gnade dafür ausbitten solte, begehrte er so viel Körnlein Getraydes, als in der Geometrischen Progression auf das sogenannte Damen-Bret giengen, wenn auf das erste Plätzlein 1. auf das zweyte Plätzlein 4. auf das dritte 16. und sofort geleget würden. Wenn man nun dieses auszurechnen also mühsam suchen müste, daß man diese Geometrische Progressional-Zahlen alle, bis auf die 64ste, nach der Ordnung erst ausrechnen und den letzten vier und sechtzigsten Terminum finden müste, so wäre dieß eine entsetzliche Arbeit; Alleine nach diesem Problemate ist es bald geschehen, und weil der Herr Prof. Sturm in seiner Mathesi Juvenili p. m. 186. Arithmetices, solches schon ausgerechnet, so bediene ich mich der Kürtze allhier.

Scholion.

So viel sey genug von denen Numeris Relatis.

Des I. Theils Der Mathematischen Anfangs-Gründe Von der Arithmetic

Sectio III. Von denen Numeris Fractis.

CAPUT I.

Von denen Definitionibus und Hypothesibus.

Definitio LV.

Wenn ein Ganzes, *Numerus integer*, in gewisse gleiche Theile zertheilet wird, so heisset ein oder mehr Theile davon genommen **Ein Bruch**.

Hy-

Hypothesis XV.

Einen Bruch pfleget man also zu schreiben, daß das gantze nach der Anzahl aller Theile unter ein Strichlein, und die Theile, wie viel man davon genommen, über solches Strichlein geschrieben werden: Ex. gr. Ich theile einen Gulden in 4 Theil, und nehme 3 Theil davon, so schreibet man dieses also $\frac{3}{4}$ und wird ausgesprochen **drey Viertel eines Gulden.**

Definitio LVI.

Numerator, der **Zehler**, wird in einem Bruch die obere Zahl genennet, als welche gleichsam zehlet und anzeiget, wie viel Theile man von einem Gantzen genommen habe.

Definitio LVII.

Denominator, der **Nenner**, ist die untere Zahl, welche anzeiget in wie viel gleiche Theile das Gantze sey getheilet worden: Ex. gr.

$\frac{4}{5}$ Numerator. Denominator.

Definitio LVIII.

Fractio simplex, **ein Bruch vom Gantzen** ist, wenn nur ein Zehler und ein Nenner da ist, es mag hernach Zehler und Nenner aus ein oder mehr Zahlen bestehen; Ex. gr. $\frac{7}{9}$ item $\frac{11}{17}$. &c.

Definitio LIX.

Fractio Fractionis, **Bruch vom Bruch** ist, wenn ein Bruch, das ist, ein Stück eines Gantzen, wieder in kleinere Theile zertrümmert und einige derer Trümmer alleine wieder genommen werden, mithin mehr als ein Zehler und Nenner dabey ist: Ex. gr. Ein Gulden in 4 Theile zerleget und 3 Theile ge-

nommen, und solche 3 Theile wieder in 5 Theile getheilet und 2 davon genommen, heißt Fractio Fractionis. Es wird also geschrieben $\frac{2}{5}$ aus $\frac{3}{4}$.

Definitio LX.

Fractio spuria, **falscher Bruch** ist, wenn der Zehler entweder so groß als der Nenner, denn da bedeutet der Bruch ein Gantzes, oder wenn der Zehler grösser ist als der Nenner, denn da stecket ein Gantzes sammt noch einem Stück in dem Bruch: Ex. gr. $\frac{4}{4}$ ist ein gantzes $\frac{5}{3}$ ist ein gantzes und $\frac{2}{3}$.

Definitio LXI.

Numerus mixtus, eine **gemischte Zahl aus Gantzen und Stücken**, ist, wenn Gantze und Brüche zusammen in eine Grösse kommen. Ex.gr. $5\frac{3}{7}$.

CAPUT II.

Von denen Axiomatibus und Theorematibus.

Axioma IV.

Ein jeder wahrer Bruch ist ein Stück eines Gantzen.

Axioma V.

So bald der Stücke so viel werden als das Gantze Theile hat so hört der Bruch auf, und wird ein Gantzes.

Theorema XXXVI.

Wenn in einem Bruch der Zehler so groß ist als der Nenner, so ist der Bruch einem Gantzen gleich: Wenn der Zehler kleiner ist als der Nenner, so ist es eigentlich

lich ein wahrer Bruch: Wenn der Zehler grösser ist als der Nenner, so ist der Bruch grösser als ein Gantzes.

Exempli gratia.

I. Ein Gulden in 4 Theile getheilt, und 4 Theile genommen $\frac{4}{4}$. ist so viel, als wenn ich den gantzen Gulden nehme.

II. Nehme ich aber von dem in 4 Theile getheilten Gulden 1 Theil, so ist $\frac{1}{4}$. ein wahrer Bruch.

III. Wolte ich aber mehr als 4 Theile von dem in 4 Theile getheilten Gulden nehmen, nemlich 6. so wäre $\frac{6}{4}$ ein falscher Bruch: Denn ich nehme 1 Fl. und $\frac{2}{4}$ von einem Gulden mehr, als der erste Gulden Theile hatte.

Theorema XXXVII.

Unter zweyen Brüchen, die einerley Zehler haben, ist der gröste Bruch derjenige, welcher den kleinsten Nenner hat,

Ex. gr.

Ich hätte $\frac{3}{4}$ item $\frac{3}{5}$ item $\frac{2}{3}$ und $\frac{2}{100}$ von einem Gulden, da sind allemal in zwey Brüchen einerley Zehler; Demnach ist $\frac{3}{4}$ ein grösserer Bruch, denn $\frac{3}{5}$ weil 4 ein kleinerer Nenner ist als 5. Das ist in $\frac{3}{4}$ nehme ich mehr von einem Gulden hinweg, als in $\frac{3}{5}$. Denn die Vernunfft giebt es, wenn ich einen Gulden in 4, und einen andern Gulden in 5 Theile theile, so nehme ich, wenn ich von einem jeden 3 Theile wegnehme, von dem in 4 Theile vertheilten mehr hinweg, als von dem in 5 Theile zerschnittenen: Denn $\frac{3}{4}$ eines Gulden machen 45

Creutzer; bleiben also nur 15 Creutzer übrig. Hingegen $\frac{3}{5}$ eines Gulden machen nur 36 Creutzer, bleiben 24 Creutzer übrig.

Theorema XXXVIII.

Unter allen Brüchen, deren Zehler 1. ist, bleibt der gröste $\frac{1}{2}$. der kleinste aber kan sich so weit immer fort verringern, daß er nicht auszusprechen ist.

Es ist aus dem Theoremate præcedente bekannt, daß derjenige Bruch der gröste sey, der den kleinesten Nennner hat: Nun kan kein Bruch einen kleineren Nenner haben, als 2. Ergo ist derjenige Bruch, der 1. zum Zehler hat, der gröste Bruch, wenn er 2. als nach 1. die allerkleineste Zahl, zum Nenner hat. Hingegen kan kein Nenner so klein seyn, ausser 2, daß man nicht noch immer eine Zahl solte darzu hängen, mithin den Bruch selbst durch einen immer wachsenden Nenner kleiner machen können.

Theorema XXXIX.

Ein jeder Bruch verhält sich zu seinem Gantzen, wie sich des Bruchs Zehler zu seinem Nenner verhält.

Ex. gr.

In dem Bruch $\frac{3}{4}$ ist der Numerator gegen den Denominatorem in ratione subsesqui tertia; Und so ist auch der gantze Bruch $\frac{3}{4}$. gegen den Gantzen einen Gulden in vier Theile getheilt, auch in ratione subsesqui tertia.

Theorema XL.

Wenn zwischen eines Bruchs Zehler und Nenner eben die Ratio ist, welche zwischen

schen eines andern Bruchs Zehler und Nenner auch angetroffen wird, so sind die Brüche einander gleich.

Ex. gr.

Die Brüche $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{10}$ sind alle einander gleich: Denn in dem ersten Bruch verhält sich der Zehler zu dem Nenner als die Helfte, in dem andern Bruch $\frac{4}{8}$ ist der Zehler auch die Helfte von dem Nenner, und so auch in dem dritten Bruch. Da nun alle drey Brüche einerley rationem haben, so sind sie alle einander gleich.

Scholion.

Demnach kan man an denen Brüchen gleich sehen, ob sie einander gleich sind, wenn nemlich der Numerator des einen Bruchs so oft in seinem denominatore stecket, als der Numerator des andern Bruchs in seinem Denominatore enthalten, so sind die Brüche einander gleich.

Theorema XLI.

Ein Bruch ist grösser als der andere Bruch, wenn der Numerator eines Bruchs eine grössere Rationem zu seinem Denominatore hat, als der Numerator des andern Bruchs zu seinem Denominatore.

Ex. gr.

Die Brüche $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{26}$ sind in ungleicher Grösse, $\frac{3}{4}$ ist grösser als $\frac{4}{26}$ weil der Numerator 3. grössere Rationem zu seinem Denominatore 4. hat, als der Numerator 4. des andern Bruchs zu seinem Denominatore 26.

Corollarium IV.

Eben so folget es auch verkehrt, daß derjenige Bruch kleiner ist gegen einen andern, dessen Numerator eine kleinere Rationem zu seinem Denominatore hat, als der Numera-

tor des andern Bruchs zu seinem Denominatore hat; Man wende nur die vorigen Brüche um $\frac{4}{20}$ ist kleiner als $\frac{3}{4}$

Scholion.

In dem Theoremate XXXVII. ist zwar auch schon in etwas davon gehandelt worden, allein nur von denenjenigen Brüchen, welche alle einerley Zehler haben. Hier aber ist überhaupt von allen Brüchen, sie mögen Zehler haben wie sie wollen, die Rede. Und demnach ist hierbey folgendes wohl zu mercken:

Es ist oftmal viel daran gelegen, daß man wisse welcher Bruch unter beyden der gröste seye. Will man nun dieses wissen, so mercket darauf:

I. Sind es Brüche die einerley Zehler haben, so sehe man nur welcher Bruch den kleinesten Nenner hat, derjenige ist der gröste Bruch.

II. Sind es Brüche die einerley Nenner haben, so sehe man nur welcher den grösten Zehler habe, derjenige ist der gröste Bruch.

III. Sind es aber Brüche von unterschiedlichen Zehlern und Nennern, so machet die Nenner alle zu einerley Nenner, und sehet alsdann welcher Zehler der gröste sey, so wisset ihr wieder, daß dieser alsdann der gröste Bruch sey.

Wie nun aber unterschiedliche Brüche unter einerley Nenner zu bringen seyen, wird das folgende Capitel zeigen; Ex. gr.

$\frac{7}{9}$ $\frac{7}{11}$ $\frac{7}{25}$ Hier sind die Zehler einander gleich, Ergo ist $\frac{7}{9}$ der gröste Bruch, weil 9 der kleinste Nenner ist.

$\frac{5}{22}$ $\frac{7}{22}$ $\frac{9}{22}$ Hier sind die Nenner einander gleich, Ergo ist $\frac{9}{22}$ der gröste Bruch, weil 9 der gröste Zehler ist.

Theorema XLII.

Wenn eines Bruchs Zehler mit eines an-

andern Bruchs Nenner, und dieses letzteren Bruchs Zehler mit des erstern Bruchs Nenner multipliciret wird, und einerley Summen heraus kommen, so sind die Brüche einander gleich.

Ex. gr.

$\frac{4}{8}$ und $\frac{9}{18}$ sind einander gleich, denn wenn ich 4 mit 18 multiplicire, kommt 72. heraus, und wenn ich 8 und 9 multiplicire, kommt auch 72.

Theorema XLIII.

Wenn zwey Brüche gleiche Nenner haben, so verhalten sich die Brüche selbst gegen einander, wie sich ihre Zehler gegen einander verhalten.

Ex. gr.

$\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$ haben einerley Nenner, demnach verhält sich der gantze Bruch $\frac{1}{3}$ zu dem gantzen Bruch $\frac{2}{3}$ wie sich der Zehler 1. zu dem Zehler 2. verhält. Nun verhält sich 1 zu 2 wie die Helfte: Ergo ist $\frac{1}{3}$ gegen $\frac{2}{3}$ so viel als die Helfte.

Theorema XLIV.

Wenn zwey Brüche gleiche Zehler haben, so verhalten sich die Brüche selbst gegen einander, wie sich ihre Nenner gegen einander verhalten.

Ex. gr.

$\frac{4}{9}$ und $\frac{4}{7}$ haben einerley Zehler: Demnach verhalten sich diese beyde Brüche gegen einander, wie sich 9 und 7 gegen einander verhalten. Nun verhalten sich 9 und 7 in Ratione super bi partiente septimas:

Ergo verhalten sich die Brüche selbst auch in Ratione super bi partiente septimas.

Theorema XLV.

Wenn der Nenner und Zehler eines Bruchs durch einerley Zahl multiplicirt wird, so werden die Zahlen zwar grösser, aber der Werth bleibet einerley: Wenn sie aber durch einerley Zahl dividiret werden, so werden die Zahlen zwar kleiner, der Werth aber bleibt auch einerley: Ex. gr. $\frac{2}{4}$ multip. 2. $\frac{4}{8}$ divis. $\frac{1}{2}$

CAPUT III.

Von einigen Vorbereitungen zur Rechnung mit Brüchen.

Problema XLI

Falsche Brüche, oder *Fractiones spurias*, zu wahren Brüchen zu machen.

Resolutio.

Dividiret mit dem Nenner den Zehler, so kommt in dem Quotienten das Gantze heraus, welches zu viel war in dem Bruch, den Rest nehmet zu einen neuen Zehler, und den Divisorem machet wieder zum Nenner, so habt ihr den wahren Bruch.

Ex. gr.

$\frac{8}{3}$ ist eine Fractio spuria, weil der Zehler grösser ist als der Nenner: Dividiret 8 durch 3. kommt 2. in quotienten, und $\frac{2}{3}$ zum wahren Bruch.

$$\begin{array}{l} 2 \\ \frac{8}{3}\Big(\; 2\tfrac{2}{3}. \end{array}$$

Pro-

Problema XLII
Aus gemischten Zahlen zum Behuff der Rechnung eine *Fractionem spuriam* zu machen.
Resolutio.

Wendet es nur um, nehmet die Gantze und multipliciret solche durch den Nenner des dabey stehenden Bruchs zum producto, addiret den Zehler und schreibet es als einen Zehler an, den alten Nenner behaltet, so sind die gemischte Zahlen in eine Fractionem spuriam verwandelt.

Ex. gr.

$2\frac{2}{3}$ saget 2 mal 3 ist 6. und die 2 des Zehlers addiret sind 8. giebt $\frac{8}{3}$.

Scholion I.

Ohnerachtet dieß keine wahre Brüche sind, auch in keiner Rechnung, wenn sie vollendet, geduldet werden; so kan man doch deren unter währender Rechnung mit Brüchen nicht entbehren, wie bald soll gewiesen werden, weßwegen diese Arbeit nöthig zu mercken ist.

Scholion II.

Besonders muß man wissen wie man es zu machen habe, wenn in gemischten Zahlen der gantzen mehr als Eins, und die Zehler und Nenner auch aus mehrern Zahlen bestehen: Ex. gr. Ich solte $17\frac{17}{49}$ zu einer Fractione spuria machen, dieß geschicht also:

I. Nehmet die gantze Zahl des Nenners und multipliciret damit die gantzen Zahlen alle zu dem Product, addiret den gantzen Zehler, so habt ihr einen neuen Zehler zu dem alten Nenner, und die gemischten Zahlen sind in eine Fractionem spuriam gebracht worden. Ex. gr.

$$\begin{array}{r} 17\frac{17}{49} \\ 49 \\ \underline{17} \\ 343 \\ \underline{49} \\ 833 \\ \underline{17} \\ 850 \end{array} \qquad \frac{850}{49} = 17\frac{17}{49}$$

II. Die Probe, daß es richtig sey, ist, wenn man den Zehler 850. durch den Nenner 49 dividiret, so muß wieder $17\frac{17}{49}$ heraus kommen.

Problema XLIII

Brüche aus Brüchen zu einfachen Brüchen zu machen.

Resolutio.

I. Multipliciret die Zehler alle mit einander, also: Den ersten mit dem andern, was heraus kommt mit dem dritten, und dieß Productum mit dem vierdten, ꝛc.

II. Machet es eben also mit denen Nennern, und schreibet beydes als einen neuen eintzigen Bruch an, welcher anzeiget, was aus allen diesen Stücken der letztere Bruch eigentlich vor ein Stück sey aus demjenigen Gantzen, woraus der Bruch hergenommen ist.

Ex. gr.

Ich habe einen halben von einem viertel von einem Drittel eines halben Thalers, wie viel habe ich? dieß wird also geschrieben.

$\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{3}$ eines $\frac{1}{2}$ Thalers machet $\frac{1 \text{ Thlr.}}{48}$

Pro-

Problema XLIIII

Aus Gantzen Brüche zu machen.

Resolutio.

Machet einen Strich unter das Gantze und setzet eine 1. darunter zum Nenner, so ist es geschehen: Ex. gr. $\frac{8}{1}$. Man schreibet es auch wohl so $\frac{8}{8}$. **wenn ein Gantzes in Bruch zu bringen.**

Scholion.

Solte man Gantze zu einen solchen Bruch machen müssen, da der Denominator angegeben würde: Ex. gr. Ich solte 5. zu einen Bruch machen, da der Denominator 7. wäre, so saget nur 5 mal 7 ist 35. und schreibet es also $\frac{35}{7}$

Problema XLV.

Den Werth eines Bruchs, der ein Stück eines Gantzen ist, zu finden an kleineren Zahlen, die für Gantze angesehen werden.

Resolutio.

I. Ich hätte $\frac{5}{8}$ eines Thalers und möchte wissen wie viel dieß Groschen ausmachete, so multipliciret den Thaler, als das Gantze, in 24. denn so viel Groschen hat ein Thaler, mit dem Zehler, und diese Groschen sehet als die kleinere Gantze an, kommt 120.

II. Das Productum 120 dividiret mit dem Nenner 8. kommt 15 Groschen zum Werth des Bruchs $\frac{5}{8}$ eines Thalers.

Scholion.

Dieß Problema ist wohl zu mercken, denn es giebt mir den gewissen kleinern Werth in allerhand Dingen zu erkennen, da man sonst nicht wüste, wie viel ein Bruch ausmachete, wie wir zu Ende dieses Capituls noch anhängen wollen.

Problema XLVI

Einen Bruch aufheben, das ist, aus einem grös-

grösseren Bruch einẽ kleinern zu machẽ, der am Werth dennoch dem grösseren gleich bleibe.

Resolutio.

I. Das 45ste Theorema saget, daß durch multipliciren ein Bruch an Zahlen grösser, durch dividiren kleiner werde, ohne Veränderung des Werths; Allein, wie man solche Divisores allemal finden soll, daß nichts nach der Divisione im Zehler und Nenner übrig bleibe, das ist schwehrer. Ein gutes Judicium und starcke Ubung sind hier die besten Mittel.

II. Suchet nemlich eine Zahl, in welcher sich der Zehler und Nenner, ohne Rest übrig zu lassen, dividiren läßt, so geben die zwey Quotienten einen neuen an Zahlen kleineren, an Werth aber unveränderten Bruch.

III. Suchet wiederum eine neue Zahl, durch welche sich des neuen Bruchs Zehler und Nenner abermahlen dividiren lasse, daß nichts übrig bleibe, so sind die Quotienten wieder ein neuer kleinerer Bruch denen Zahlen nach, da der Werth doch einerley bleibt.

IV. Dieß thut so offt als es angehet, daß allemal nichts übrig bleibe, so ist das Begehrte erfüllt.

V. Einen jeglichen Divisorem schliesset oben ein, mit einer Lunula, damit man sehe, durch welche Zahlen der grössere Bruch sey verringert worden.

Exemplum I.

	2	2	3	5	7	3
$\frac{2520}{3780}$	$\frac{1260}{1890}$	$\frac{630}{945}$	$\frac{210}{315}$	$\frac{42}{63}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{2}{3}$

Exem-

Exemplum II.

|4 |4 |4 |4 |2 |4

$$\frac{2048}{4096} \Big| \frac{512}{1024} \Big| \frac{128}{256} \Big| \frac{32}{64} \Big| \frac{8}{16} \Big| \frac{4}{8} \Big| \frac{1}{2}$$

Aus diesen Exempeln siehet man schon wie ein Bruch aufgehoben werde, also, daß es nicht nöthig seyn will dabey weitläufftig zu seyn. Gleichwie nun aber, wie erwähnt, die Ubung die beste Lehrmeisterin ist; also ist in diesem Problemate am meisten auf solche die Jugend zu verweisen.

Scholion I.

Ich gebe dermahlen nur einige Vortheile an die Hand, deren die Ubung alsdann noch mehrere wird erfinden lernen.

I. Wenn die Zahlen im Zehler und Nenner sich auf ein oder mehr Nullen endigen, so schneidet man solche gleich ab. NB. Von dem Zehler so viel als von dem Nenner, und fähret hernach mit der Verringerung dennoch weiter fort. Ex. gratia:

$\frac{600}{4800}$ wird also gemacht $\frac{6|00}{48|00}$ dann nimmt man $\frac{6}{48}$ und verringert es durch 3. hernach durch 2. so stehet es also:

|3 |2

$$\frac{6}{48} \Big| \frac{2}{16} \Big| \frac{1}{8}$$

II. Wenn ein Bruch oben und unten gerade Zahlen hat, in specie zur Rechten am Ende, so kan er durch gerade Zahlen, wenigstens durch 2 aufgehoben werden: Ex. gr.

|2 |2

$$\frac{6824}{8644} \Big| \frac{3412}{4322} \Big| \frac{1706}{2161}$$ oder compendieuser durch 4.

III.

III. Wenn die letzte Zahlen bey der rechten Hand entweder Nullen oder 5 sind, oder Null und 5. so lässet sich der Bruch durch 5 reduciren. Ex. gr.

$$\overset{|5}{\frac{155}{235}} \Big| \frac{31}{47} \qquad \text{item:} \qquad \overset{|5}{\frac{250}{355}} \Big| \frac{50}{71}$$

IV. Wenn in dem Denominatore und Numeratore eines Bruchs so offt 3 sich hinweg werffen lässt, daß nichts übrig bleibt, so lässt sich derselbe durch 3 aufheben: Ex. gr. $\frac{144}{372}$ saget 1 und 2 von 4. sind 3. die 2 von 4 und 1 von dem andern 4 sind 3. bleibt 3. gehet also auf. Item in dem Denominatore 3. vor sich, 3 von 7 zwey mal genommen bleibt 1. dieß und das letzte 2. macht auch 3. gehet auf: Ergo lässet sich der Bruch durch 3 aufheben.

$$\overset{|3}{\frac{144}{372}} \Big| \overset{|4}{\frac{48}{124}} \Big| \frac{12}{31}$$

V. Wenn sich ein Bruch durch 2 und 3 aufheben lässet, so gehet er auch mit 6 auf: Ex. gr.

$$\overset{|2}{\frac{108}{288}} \Big| \overset{|2}{\frac{54}{144}} \Big| \overset{|3}{\frac{28}{72}} \Big| \overset{|3}{\frac{9}{24}} \Big| \frac{3}{8}$$

Dieß gehet nun auch mit 6 an, weil es mit 3 und 2 angegangen.

$$\overset{|6}{\frac{108}{288}} \Big| \overset{|6}{\frac{18}{48}} \Big| \frac{3}{8}$$

VI. Solte man nicht geschwind eine Zahl finden können, durch welche sich ein Bruch aufheben ließ, so ist dieser Universal-Modus vorhanden: Man dividiret den Nenner durch den Zehler, bleibt nichts übrig, so ist der Quotient die Zahl, durch welche der Bruch sich reduciren läßt: Bleibt aber etwas übrig, so dividiret den Rest und Divisorem, oder Zehler des Bruchs wieder durch einander, und das so lange, bis es endlich aufgehet, alsdann ist der letzte Divisor, bey deme alles aufgegangen, diejenige Zahl, durch welche der

der Bruch aufgehoben werden kan. Gehet es aber niemal auf, so ist der Bruch nicht zu reduciren.

Exemplum I.

Da es gleich aufgehet:

1 11
92378 Denomin.
46189 Numerat. (2 weil es aufgehet,

so ist der gebrauchte Divisor 46189 derjenige, der mir nach der Divisione des Zehlers und Nenners den kleinsten Bruch giebt, nemlich:

1 11
92378 (2 Nenner 46189 (1 Zehler $\frac{1}{2}$
46189 46189

Exemplum II.

Da es nicht gleich aufgehet.

588 | 2 146 | 8 104 | 42 Div. 126
1890 (1 Div. 1302 (Div. 588 (4 84 (1
1302 Rest. 588 (2 Rest. 126

Divisor 84
Rest 42 (2. Weil nun bey diesem Divisore 42. oben nach der Divisione nichts mehr übrig bleibet, so ist derselbe derjenige, damit man Zehler und Nenner des gegebenen Bruchs dividiren muß, damit der kleineste Bruch dadurch heraus komme, aso:

Zehler 14 1302 422 4 (31 Zehler. Nenner 21 1890 422 4 (45 Nenner.

Demnach ist $\frac{31}{45}$ der kleineste Bruch der heraus gebracht werden kan von $\frac{1302}{1890}$.

Scho-

Scholion II.

Bey denen Brüchen, wo hinten rechter Hand ein 1. im Zehler oder Nenner stehet, da ist alles verlohren, und diese sind nicht reducibel.

Scholion.

Es sind noch unterschiedliche Arten die Brüche zu reduciren, allein dieß sey genug vor Anfangs-Gründe.

Problema XLVII

Zwey, drey und mehr Brüche, von ungleichen Nennern, unter einen Nenner zu bringen, daß die *discrepante* Brüche doch unverändert an ihrem Werth verbleiben.

Resolutio.

I. Setzet die Brüche neben einander und multipliciret die Nenner deren mit einander, also, daß wenn zwey Nenner durch einander multipliciret worden, das Productum durch den dritten Nenner weiter, und dieß Productum durch den vierdten Nenner abermalen, rc. multipliciret werden, das letzte Productum wird der gemeine Nenner.

II. Hierauf multipliciret durchs Creutz des einen Bruchs Nenner mit des andern Bruchs Zehler, & vice versa, so bekommet ihr die Zehler zu denen einerley Nenner habenden Brüchen.

III. Wenn mehr als zwey Brüche unter einen Nenner zu bringen, so multipliciret man die Nenner wie gesagt, die Zehler aber multipliciret man also mit denen Nennern Creutz-weis, daß **man jedes Bruchs seinen Zehler mit aller der andern Brüche ihren Nennern** multipliciret, NB. **seinen eigenen Nenner ausgenommen,** so kommen die neuen Zahlen heraus.

Exem-

Exemplum I.

Da nur zwey Brüche unter einen Nenner zu bringen sind:

$$\frac{3}{4} \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{9 \qquad 8}{12}$$

Exemplum II.

Da mehrere Brüche einen Nenner haben sollen.

$$\frac{1}{2} \; \frac{2}{3} \; \frac{3}{4} \; \frac{4}{5} \; \frac{6}{7}$$

Der gemeine Nenner, wenn sie alle durch einander multipliciret werden, wird seyn 840.

Der Zehler von $\frac{1}{2}$ wird seyn $\frac{420}{840}$

Der Zehler von $\frac{2}{3}$ - - $\frac{560}{840}$

Der Zehler von $\frac{3}{4}$ - - $\frac{630}{840}$

Der Zehler von $\frac{4}{5}$ - - $\frac{672}{840}$

Der Zehler von $\frac{6}{7}$ - - $\frac{720}{840}$

Dieß wird alsdann, wenn sie alle neue Zehler und einen allgemeinen Nenner bekommen, also geschrieben:

$$\frac{420 \;\cdot\; 560 \;-\; 630 \;-\; 672 \;-\; 720}{840.}$$

Scholion I.

Die Probe, daß diese veränderte Brüche doch noch, dem Werth nach, die alten Brüche seyen, machet man also: Dividiret eines jeden Bruchs Nenner und seinen Zehler, so muß allenthalben der alte Bruch wieder heraus kommen, nach dem Problemate 45.

Ex. gr.

	3	4	5	7
420	140	35	7	1
840	280	70	14	2

ist der erste Bruch wieder.

	2	4	5	7
560	280	70	14	2
840	420	105	21	3

der erste Bruch wieder.

	2	3	5	7
630	315	105	21	3
840	420	140	28	4

der erste Bruch wieder.

	2	3	4	7
672	336	112	28	4
840	420	140	35	5

der erste Bruch.

	2	3	4	5
720	360	120	30	6
840	420	140	35	7

der erste Bruch wieder.

Scholion II.

Es mag nun aber ein Bruch seyn wie er will, so ist hauptsächlich, wenn er auch reducirt und verändert worden, vor allen darauf zu sehen, daß man zuletzt wisse, was dieser Bruch eigentlich seinem Werth nach seye. Zwar ist allbereit Problemate 44. gezeiget worden, wie man den Werth eines Bruchs finden soll; Allein es sind öfters vor oder nach der reductione die Brüche in solchen Zahlen, daß sie füglich nicht können von dem Gantzen, aus welchen sie genommen worden, ausgesprochen werden: Ex. gr. Es bleibet mir $\frac{5}{7}$ eines Thalers übrig; dieß kan ich nicht sagen was für ein Theil des Thalers

lers es seye, denn nirgendwo wird der Thaler in 7 Theil getheilet. Hier, bey uns, theilet man ihn in 18 guthe Batzen; An andern Orten in $22\frac{1}{2}$ leichte Batzen: In Ober-Sachsen in 24 Groschen; In Nieder-Sachsen in 26 Marien-Groschen: Nirgend in 7 Theil. Wo ich nun in einem Lande bin, und es kommt mir in der Rechnung $\frac{5}{7}$ vor, so multiplicire ich durch den Zehler 5. entweder 18. Batzen, oder 24 Groschen, 2c. und das Product dividire mit dem Nenner 7. so bekomme ich nach Landes-Art Theile des gantzen Thalers heraus. Item in der Geometrie kommen zuweilen Brüche vor, die, wenn man sie so lassen müste, uns nicht sagen könten wie viel der Innhalt ihres Stücks wäre: Ex. gr.

Ich soll aus einem Circul ein 11-Eck machen, so muß ich 360. denn so viel Grad hält ein jeder Circul, durch 11 dividiren, wie in der Geometrie wird gewiesen werden; nach der Divisione bleibt, nebst denen 32 graden $\frac{8}{11}$ eines Grads zum Center-Winckel übrig. Nun aber wird kein Grad in 11. sondern 60. Minuten wieder eingetheilt, demnach, wenn ich wissen will, wie viel $\frac{8}{11}$ eines Grads Minuten ausmachen, so muß ich 60. durch den Zehler 8. multipliciren, kommt 480. dieß Productum mit dem Nenner 11. dividiren, kommt 43 Minuten und $\frac{7}{11}$ einer Minuten. Wolte ich ferner wissen, wie viel $\frac{7}{11}$ einer Minuten ausmachen, so muß 7 durch 60. wieder multiplicirt werden, denn eine Minute hat 60 Secunden; das Product 420. durch 11 dividirt, giebt 38 Secunden und $\frac{2}{11}$ einer Secunden. Mit diesen $\frac{2}{11}$ verfährt man wieder so, wenn man die Tertien wissen wolte, 2c.

Scholion III.

Im Gegentheil wenn man aus einem Stück, welches von einem gantzen genommen, einen förmlichen Bruch machen soll, so ziehet man nur ein Strichlein unter die Zahl des Stücks und zum Nenner setzet man diejenige Zahl, in welche das Gantze nach Landes-Art pfleget getheilet zu werden: Ex. gr. Ich habe 7. daraus soll ich einen Bruch eines Thalers machen; wenn nun der Thaler 24 Groschen hält, so schreibe ich $\frac{7}{24}$. Macht der Thaler 18 Batzen, schreibe ich $\frac{7}{18}$ 2c.

CAPUT IV.

Von denen vier Speciebus, der Additione, Subtractione, Multiplicatione und Divisione, mit gebrochenen Zahlen.

Problema XLVIII

Unterschiedliche Brüche mit einander zu addiren.

Resolutio.

I. Die Brüche, welche man addiren soll, müssen einerley Nenner haben: Wenn sie nun ohne dem schon einerley sind, so ist es desto besser, sind sie aber discrepant, so muß man solche nach dem vorhergehenden Problemate zuerst unter einen Nenner bringen.

II. Wenn dieß geschehen, so addiret alle Zehler, u. setzet den gemeinen Zehler über den gemeinen Nenner. Nehmet die in dem vorhergehenden 46sten Problemate unter einen Nenner gebrachte Brüche:

$$\frac{420 \quad 560 \quad 630 \quad 672 \quad 720}{840}$$

Addiret alle diese Zehler zusammen in eine Summam, so kommt heraus:

$$\frac{3002}{840}$$

Will man nun wissen, wie viel Gantze in diesem Bruch stecken, denn der Zehler ist weit grösser als der Nenner, so dividiret den Zehler durch den Nenner, kommt $3\frac{482}{840}$ zum gemischten Bruch heraus.

III.

III. Sind aber bey einem jeglichen Bruch schon Gantze, so addiret erstlich die Gantze, hernach addiret, wie nun schon so gewiesen worden, auch die Brüche, deren Nenner NB. allemal einerley seyn oder werden müssen, ziehet alsdann die Gantzen auch aus denen addirten Brüchen, und setzet sie zu der Summa der zuerst schon addirten Gantzen, so ist die Arbeit geschehen.

Ex.gr. man soll addiren im Feldmessen $261\frac{3}{4}$ Ruthen $600\frac{7}{11}$ und $799\frac{9}{12}$ Ruthen, die Ruthen zu 12 Schuhen, den Schuh zu 12 Zollen, rc. gerechnet, so setzet erstlich die Gantzen alleine und addiret solche, kommt heraus: 1660 Ruthen. Hierauf setzet die Brüche neben einander, und machet einen gemeinen Nenner, so stehet es also:

$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{11}$	$\frac{9}{14}$	396	
			462	Numeratores
$\frac{462}{616}$	$\frac{392}{616}$	$\frac{396}{616}$	$\frac{392}{1250}$	

Die Zehler alle addiret giebt den Bruch:

$$\frac{1250}{616}$$

Aus diesem Bruch die Gantzen per Divisionem gezogen, weil der Zehler grösser ist als der Nenner, giebt

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3.8 \\ 1250 \\ 616 \end{array} \left\{ 2\ \frac{18}{616} \,\middle|\, \frac{9}{38} \right.$$

(über dem Strich: 2)

Addiret man nun diese 2 Gantze noch zu denen übri-

übrigen Gantzen, so stehet es also: $1662\frac{9}{38}$. So viel zusammen machen alle Gantze, mit ihren Brüchen addiret in einer Summa aus.

Problema XLVIII.

Einen Bruch von dem andern zu *subtrahiren*.

Resolutio.

I. Fertig muß man allemal zum voraus wissen, ob derjenige Bruch, den ich von einem andern subtrahiren soll, auch in der That kleiner sey. Dieß erkennet man nun nach dem Scholio des Theorematis 41.

II. Wenn die Brüche richtig, so müssen die Nenner wieder entweder schon einerley seyn, oder doch zu einerley gemacht werden, nach dem Problemate 46.

III. Hierauf subtrahiret einen Zehler von dem andern, den Rest setzet über den gemeinen Nenner, so kommt der überbleibende Bruch heraus.

IV. Sind Gantze bey denen Brüchen, so subtrahiret man erstlich die Gantzen von einander, hernach auch die Brüche, und setzet die beyden Reste zusammen.

Exemplum I.

Ich soll von $\frac{3}{4}$ subtrahiren $\frac{3}{7}$. Nun ist $\frac{3}{7}$ kleiner als $\frac{3}{4}$. denn es hat einen grössern Nenner, da beyde Zehler einerley sind; demnach gehet die Subtractio an: Erstlich machet die Brüche von einerley Nenner, so stehet es also:

$$\frac{21}{28} \qquad \frac{12}{28}$$

Nun soll $\frac{12}{28}$. welches so viel ist als $\frac{3}{7}$. subtrahiret werden von $\frac{21}{28}$. welches so viel gilt als $\frac{3}{4}$. Ergo subtrahiret nur 12 von 21. bleibt 9. dieß setzt als den Zehler

ler über den Nenner 28. so ist $\frac{9}{28}$ der Rest, wenn $\frac{3}{7}$ von $\frac{3}{4}$ ist abgezogen worden.

Exemplum II.

Man soll von 66 und $\frac{5}{8}$ Ruthen subtrahiren $20\frac{3}{8}$. Subtrahiret erstlich die Gantzen 20 von 66. bleibt 46. Weilen nun die Brüche von einerley Nenner schon sind, so subtrahiret nur den Zehler 3. von dem Zehler 5. bleibt 2. den Nenner behaltet $\frac{2}{8}$. So ist der wahre Rest $46\frac{2}{8}$ oder $\frac{1}{4}$ Ruthen.

Exemplum III.

Subtrahiret $\frac{7}{18}$ einer Ruthen von $3\frac{5}{16}$ Ruthen. Wenn man die zwey Brüche examiniret, so zeiget sichs, daß $\frac{7}{18}$ grösser ist als $\frac{5}{16}$. Demnach muß man eins von denen Gantzen entlehnen, und zu $\frac{5}{16}$ hinzuthun, stehet $1\frac{5}{16}$. dieß zu einen falschen Bruch gemacht, nach dem Probl. 41. kommt $\frac{21}{16}$. Nun lässet sich operiren mit denen zwey Brüchen und

$\frac{7}{18}$ von $\frac{21}{16}$ subtrahiren:

Machet den gemeinen Nenner nach dem Problemate 46. so stehet es also:

$$\frac{112}{288} \quad \frac{378}{288}$$

Subtrahiret den einen Zehler von dem andern, so bleibt 266 zum neuen Zehler, und der restirende Bruch nach der Subtractione ist $\frac{266}{288}$ der gantze Rest aber ist $2\frac{266}{288}$ Ruthen, oder reducirt $2\frac{133}{144}$.

Scholion.

Hätte man aber Brüche von Gantzen zu subtrahiren, so entlehnet eines von denen Gantzen, und setzet es in einen Bruch, nach dem Problemate 43. das ist, in einen solchen Bruch, der mit dem Bruch, welcher davon soll subtrahiret werden, gleichen Nenner habe, ziehet alsdann den Zehler des Bruchs von dem Zehler des in einen Bruch verwandelten Gantzen ab, so giebt der Rest den neuen Bruch, der heraus

 kommt,

kommt, wenn ein Bruch vom Gantzen subtrahiret worden: Ex. gr. Von 8 Ruthen soll ich $\frac{7}{9}$ einer Ruthen subtrahiren: so entlehnet von denen 8 Ruthen 1 Ruthen, und theilet sie in so viel Theile, als der Nenner des Bruchs hat, nemlich 9. mithin schreibet zum Zehler auch 9. denn es ist ein Gantzes und soll doch in der Gestalt eines Bruchs stehen. Nunmehro subtrahiret $\frac{7}{9}$ von $\frac{9}{9}$ bleibt $\frac{2}{9}$. Ergo wenn $\frac{7}{9}$ von 8 Ruthen subtrahiret werden, bleiben $7\frac{2}{9}$ Ruthen.

Problema L.

Einen Bruch durch einen andern Bruch zu *multipliciren*.

Resolutio.

I. Hier ist es nicht nöthig daß die Brüche einerley Nenner haben müssen, aber das ist nöthig, daß es lauter solche Brüche seyen, da keine gantze Zahlen darunter gemischt sind: Dahero, wenn man einen Bruch mit einem Gantzen multipliciren soll, so hänget man nur dem Gantzen ein 1 zum Nenner an. Soll man aber einen Bruch mit einer gemischten Zahl multipliciren, so machet man vorhero aus der gemischten Zahl einen Bruch.

II. Hernach multipliciret Zehler mit Zehler, und Nenner mit Nenner: Beyde Producta werden in einen neuen Bruch gesetzt, so ist die Multiplicatio verrichtet.

Exemplum I.

Da zwey blosse wahre Brüche durch einander multipliciret werden: Es fragt sich, wie viel bringen $\frac{3}{4}$ mal $\frac{5}{6}$ eines Thalers? Resp. $\frac{15}{24} \Big| \frac{5}{8}$

Exemplum II.

Da Brüche mit gemischten Zahlen multipliciret wer-

werden: Ich soll $25\frac{3}{7}$ durch $\frac{5}{9}$ multipliciren, so mache ich erstlich aus den gemischten Zahlen $25\frac{3}{7}$ einen Bruch $\frac{168}{7}$ dann multiplicirt den Zehler 168. durch 5. und den Nenner 9. durch 7. so kommt der Bruch $\frac{840}{63}$

Exemplum III.

Da ein Bruch und ein Gantzes durch einander multipliciret werden: Ich soll 5 Ruthen und $\frac{9}{16}$ mit einander multipliciren so setze ich den Gantzen 5. zum Zehler, und zum Nenner eine Unität $\frac{5}{1}$ und dann operire ordentlich, so kommt heraus $\frac{45}{16}$

Scholion I.

Wenn Gantze mit Brüchen zu multipliciren sind, so darf man, statt der Unität unter das Gantze zu setzen, nur gleich den Zehler des Bruchs mit denen Gantzen multipliciren, und das Product zum neuen Zehler machen, unter welchen der alte Nenner des Bruchs geschrieben wird, denn 1 multipliciret nichts: Ex. gr. 12 soll mit $\frac{3}{4}$ multiplicret werden, so brauchts nicht, daß ich $\frac{12}{1}$ setze, sondern nur gleich sage 3 mal 12 ist $\frac{36}{4}$.

Scholion II.

Wenn in der Multiplicatione derer Brüche es kommt, daß der Denominator des Bruchs und die Gantze, mit welchen ein Bruch soll multipliciret werden, einerley Zahlen sind, so ist der Numerator des Bruchs schon das Product, welches heraus käme, wenn der Zehler mit dem Gantzen multipliciret, und der Bruch hernach zum kleinsten aufgehoben würde.

Ex. gr.

Ich soll 9 Ruthen mit $\frac{2}{9}$ einer Ruthen multipliciren: Da darf man gleich ohne einige Arbeit setzen, der Bruch nach der Multiplicatione werde $\frac{2}{1}$ seyn. Probiret es nur, multipliciret die gantze 9. mit dem

 Zeh-

Zehler 2. kommt 18. ist also der Bruch nach der Multiplicatione $\frac{18}{9}$ reduciret diesen kommt $\frac{2}{1}$ denn

$$\begin{array}{r|l} & 9 \\ 18 & 2 \\ \hline 9 & 1 \end{array}$$

Und dieses gehet allemal an in hoc Casu, wenn die Gantze und der Nenner einerley Zahl sind: Denn der Bruch, wenn er auch mit dem Gantzen multipliciret worden, lässet sich allezeit mit dem Nenner also reduciren, daß 1. zum Nenner überbleibt, und zum Zehler wieder so viel, als der erste Zehler war.

Scholion III.

In der Multiplicatione der Brüche kommt immer weniger heraus, als ein jeder derer erstern Brüche ist, denn es ist in der That eine Division.

Problema LI

Einen Bruch durch einen andern zu *dividiren*.

Resolutio.

I. Verrichtet erstlich alle Vor-Arbeiten, wo Gantze sind schreibet ein 1. zum Nenner darunter, wo gemischte Zahlen, das ist, Gantze bey Brüchen sind, so machet solche vorhero zu lauter Brüchen.

II. Alsdann setzet beyde Brüche neben einander und multipliciret durchs Creutz, so **giebt des *Divisoris* sein Zehler den Nenner, und des *Divisoris* sein Nenner den Zehler desjenigen Bruchs, der als *Quotient* soll angesehen werden.**

III. Oder, kehret denjenigen Bruch, welcher der Divisor seyn soll, um, daß der Nenner oben und der Zehler unten stehe, und multipliciret alsdann die Brüche durch einander, wie in vorhergehenden Problemate gewiesen worden, so geben die Pro-

Producta einen neuen Bruch, welcher der Quotient ist.

Exemplum I.

Da schlechte Brüche dividiret werden.

Ich soll $\frac{5}{7}$ durch $\frac{5}{9}$ dividiren, so gehet es entweder durchs Creutz also an: Setzet den Dividendum voran, und den Divisorem hinter zur Rechten:

Dividendus $\frac{5}{7}$ ╳ $\frac{5}{9}$ Divisor.

$$\text{Quotient } \frac{45}{35} \text{ id est } \frac{45}{35} \Big(1\frac{10}{35}$$

So giebt des Divisoris sein Zehler 5. multipliciret mit dem Nenner des Dividendi 7. den neuen Nenner 35, und des Divisoris sein Nenner 9. multipliciret mit dem Zehler des Dividendi 5. giebt den neuen Zehler 45. und $\frac{45}{35}$ oder $1\frac{10}{35}$ ist der Quotient.

Oder wendet den Divisorem um, und multipliciret bloß Zehler mit Zehlern, und Nenner mit Nennern, kommt eben auch der wahre Quotient heraus.

$$\text{Dividendus } \frac{5}{7} \quad \frac{9}{5} \text{ divisor inversus}$$

$$\frac{45}{35} \text{ Quotient.}$$

Exemplum II.

Wo gantze mit Brüchen sollen dividiret werden.

Ich

Ich soll 6 durch $\frac{3}{8}$ dividiren, so setze ich die Ganzen in einen Bruch $\frac{6}{1}$ und dividire alsdann durchs Creutz also;

$$\frac{6}{1} \times \frac{3}{8} \text{ Divisor}$$

$$\text{Quotient } \frac{48}{3} \quad \text{idest } \frac{48}{3} \left(16 \right.$$

Oder wendet den Divisorem um, so kommt eben dieß heraus, wenn Zehler mit Zehler und Nenner mit Nenner multiplicirt wird.

$$\frac{6}{1}\ \frac{8}{3}$$

$$\frac{48}{3} \text{ Quotient.}$$

Exemplum III.

Da gemischte Zahlen durch Brüche dividiret werden sollen.

Ich solte $25\frac{3}{4}$ durch $\frac{7}{9}$ dividiren, so bringet man nur erstlich die gemischte Zahlen in einen Bruch $\frac{103}{4}$ und dividiret alsdann entweder durchs Creutz:

$$\text{dividendus } \frac{103}{4} \times \frac{7}{9}$$

$$\text{Quotient } \frac{927}{28} \left(33\frac{3}{28} \right.$$

Oder man wendet den Divisorem um, giebt eben dieß Facit, nach der Multiplicatione;

$$\frac{103}{4}\ \frac{9}{7}$$

$$\frac{927}{28}\ \text{Quotient}$$

Scholion I.

Man muß sich hier nicht stossen, daß in dem dividiren immer grössere Zahlen heraus kommen, da doch sonst das dividiren kleinere Theile bringet: denn nach der Vernunft, wenn etwas zertheilet wird, so kan ein Theil, oder etliche deren, nicht so groß seyn als das Gantze war. Es ist nemlich der Verstand dieser hier in der Bruch-Rechnung: Wenn ich ex. gr. $25\frac{3}{4}$ durch $\frac{7}{9}$ dividire, und es kommt in Quotienten der Bruch $9\frac{27}{28}$ oder $33\frac{3}{28}$ heraus, so darf man nicht meynen, $9\frac{27}{28}$ wäre ein solcher $\frac{7}{9}$ Theil von $25\frac{3}{4}$. sondern nur dieß ist der Verstand, $\frac{7}{9}$ sey $33\frac{3}{28}$ mal enthalten in $25\frac{3}{4}$. Man mercke dieß ja wohl, so wird in dieser sonst leicht-stößigen Rechnung so bald kein Irrthum vorgehen können.

Scholion II.

Es wird aus bisherigen nunmehro leicht seyn, auch gemischte Zahlen mit gemischten zu dividiren, denn man reduciret nur beyde zu lauter Brüchen und operiret alsdann, wie gelehret worden. So ist auch aus dem bisherigen leicht vor sich zu lernen, mit lauter Brüchen nach der *Regula de Tri directa & inversa, simplice & composita* zu rechnen: Denn wenn man Brüche addiren, multipliciren, subtrahiren und dividiren kan, und wenn man die Regulam de Tri mit gantzen Zahlen zu tractiren weiß, so muß man es auch mit Brüchen können; wer nur ein wenig natürlich Nachdencken hat. Da nun dieses leicht, hiernächst in der Mathematic nunmehr meistens die Decimal-Rechnung eingeführet worden, deren Nutzen unaussprechlich, als worinnen alle verdrießliche Brüche hinweg bleiben, und ich allemal gleich weiß, wie viel jeder Bruch in Gantzen von kleineren Stücken schon ausmache, so schliesse ich diese Arbeit desto geschwinder, und gehe nunmehro auf die Decimal-Rechnung selbst.

Scho-

Scholion III.

Es kommet zuweilen im Feld-messen, item in der Fortification in Neben-Dingen, in Kalck-meß-und anderen Land-üblichen Rechnungen, daß solche gemeine Brüche übrig bleiben, um derer Ursachen willen man wenigstens so viel, als hier gewiesen worden, von denen Brüchen zu wissen nöthig hat. Ausser diesem Fall bleibet die ausführlichere Bruch-Rechnung billig in unserem Vorhaben hinweg.

Des I. Theils Der Mathematischen Anfangs-Gründe Von der Arithmetic Sectio IV. Von der Decimal-Rechnung.

CAPUT I.

Von denen Definitionibus und Hypothesibus.

Definitio 62.

Die *Arithmetica Geometrica*, oder *Decimal*-Rechnung, ist nichts anders, als die sonst gewöhnliche Rechnungs-Art, nur darinnen unterschieden, daß die Gantzen, ex. gr. Ruthen

then in 10 Theile, ein Theil wieder in 10 Theile, und ein solcher wieder in 10 Theil, rc. zergliedert werden, als wodurch man der verdrießlichen Brüche überhoben wird und nichts, als nur die **Bruch-Zeichen** zu mercken hat.

Scholion.

Es wäre zu wündschen, daß diese fürtreffliche Rechnungs-Art, durch 10 Theile, auch in anderen Wissenschaften, darinnen vieles zu rechnen vorkommet, eingeführet würde: Ex. gr. in gemeinen Leben, was machen die Brüche vor Verdruß in Frucht- Wein- und Gewicht-Maaß? In der Astronomie ist die Logistica sexagenaria so beschwerlich, daß dem Calculo Astronomico ein grosser Vortheil zuwachsen würde, wenn die Decimal-Rechnung darinnen üblich wäre. Alleine ich weiß nicht, soll ich sagen ein Zwang, derer bisherigen Authorum Methode zu behalten, oder eine Furcht, die Arbeit dürffte zu verwirrt fallen, hat bishero diese fürtreffliche Rechnungs-Art gleichsam noch vor der Thür stehen lassen: Die eintzige Geometria hat dieser Künstlerin die Pforte eröffnet, und viel Nutzen mit Danck von ihr erhalten.

Definitio LXIII.

Die **Bruch-Zeichen** sind solche Characteres, welche, wo ein Gantzes zertheilet wird in 10 Theile, und ein Theil wieder in 10 Theile, rc. auf die Gattungen derer Theile zum augenscheinlichen Unterschied geschrieben werden, damit man aus solchen Bruch-Zeichen sehen könne, ob der Theil einer von denen ersten Zehen, darein das Gantze getheilet worden, sey, oder ob er ein Theil von der andern zehentheiligen Zergliederung sey, da ein Theil wieder in 10 Theile zertheilet worden, rc.

Hypothesis XVI.

Eine jede Quantitas continua wird nach dreyerley Maaß gemessen, entweder **nach der Länge**, oder **nach der Breite**, oder **nach der Höhe und Tieffe.**

Scho-

Scholion.

Quantitates continuæ sind ex. gr. eine Linie, eine Fläche, ein Cörper. *Quantitates discretæ* sind viele Linien, viele Flächen, viele Corpora: Wenn es nun heißt, man pflege alle Quantitates continuas entweder nach der Länge, oder Breite, oder Dicke zu messen, so ist die Meynung diese, wenn es eine pure Linie ohne alle Breite ist, so wird es nach der Länge gemessen; ist es eine Quantitas continua, die auch eine Breite hat, so wird die Breite auch gemessen: Ist es eine Grösse, die noch darzu eine Dicke hat, so nimmt man solche auch in die Mensuram.

Hypothesis XVII

Das Maaß, womit man in Geometricis zu messen pfleget, ist **eine Ruthe:** Diese wird in 10 Schuh, ein Schuh in 10 Zoll, ein Zoll in 10 Gran, ein Gran in 10 erste Scrupel, ein erster Scrupel in 10 zweyte Scrupel, ein zweyter Scrupel in 10 dritte Scrupel, &c. getheilet.

Scholion.

In der Geometria und Architectura ist das Maaß eine Ruthe: Allein diese Ruthe wird bald in 10. bald in 12. bald in 16 Schuh eingetheilet, woraus allerhand Confusion schon entstehet. Hiernächst wird gemeiniglich die Ruthe nur in Schuh, Zoll und Gran zergliedert; damit aber ist die Decimal-Rechnung nicht zufrieden: Denn erstlich bleibt diese allemal bey der zehen-theiligen Zergliederung; hernach gehet sie in Annehmung derer Theilgen so weit, daß sie auch wohl bis auf den sechsten Scrupel kommt, da nemlich ein Scrupel in 10 andere Scrupel, und ein solcher anderer Scrupel in 10 dritte Scrupel, &c. fort zertheilet wird.

Definitio LXIV.

Das **Längen-Maaß** ist, wenn man einer Quantität ihre Länge alleine, oder ihre Breite alleine, oder ihre Dicke alleine, nach dem Ruthen-Schuh- und Zoll-Maaß rc. alleine nimmt. In der Fig. I. Tab. I. stehet ein solches Längen-Maaß in verjüngten Maaß-Stab.

Scho-

Scholion.

So lange etwas alleine, nach der ohne einige Breite oder Dicke habenden blossen Linic, fortgemessen wird, so lange heisset dieses Maaß, das Längen-Maaß.

Hypothesis XVII.

Alle Längen, Weiten, Höhen und Tieffen werden nach einer geraden Linie, oder dem Längen-Maaß gemessen und nach schlechten Ruthen, Schuhen, Zollen, 2c. ausgesprochen.

Corollarium.

Demnach hat das Längen-Maaß zwischen Ruthen und Schuhen keine Subdivision, oder Zwischen-Maaß, sondern man spricht die Eintheilung also aus: Eine Ruthe hat zehen Schuh: Ein Schuh hat zehen Zoll: Ein Zoll hat zehen *Gran, &c.*

Definitio LXV.

Das Quadrat-oder **Flächen-Maaß** ist ex. gr. eine Ruthe, welche so breit als lang ist, das ist, ein viereckigtes Maaß, welches eine in 10 Theil getheilte Ruthe zur Länge, und eine in 10 Theil getheilte Ruthe zur Breite hat; Figura II. Tab. I. num. 1. weisset eine solche Quadrat-Ruthe. Tab. I. Fig. II. Num. I.

Scholion.

Wenn etwas eine Breite neben der Länge hat, ohne die geringste Dicke, Höhe oder Tieffe, dergleichen der Schatten ein Bildniß geben kan, so wird dieses nach dem Quadrat-Maaß ausgesprochen, ohnerachtet die Länge erstlich nach den Linien-Maaß, alsdann die Breite auch nach dem Linien-Maaß gemessen wird: denn, da keine Fläche eine Länge ohne Breite haben kan, so muß nothwendig auch beydes ausgesprochen werden.

Hypothesis XVIII.

Alle Flächen werden nach doppelten Maaß ausgemessen, nemlich in die Länge und in die Breite, und ihr Innhalt nach Quadrat-Maassen ausgesprochen.

Scholion.

Was eine Multiplicatio quadrata sey, ist oben schon gelehret worden, wenn nemlich eine Zahl mit sich selbst multipliciret wird. Indeme nun eine Ruthe in zehen Theile getheilet ist, so ist solches auch von einer Quadrat-Ruthe zu verstehen, daß deren Länge und Breite in 10 Theil getheilet, das ist 10 mit sich selbst multipliciret 100 Schuh Quadrat-Maaß gebe. Wenn man nun aber eine solche Quadrat-Ruthe, deren eine Seite in 10 Theile eingetheilet ist, ansiehet, wie ihre Theilungs-Puncta durch Parallelas zusammen gehänget werden, so wird erstlich der gantze innere Platz in 10 gleiche abhängende Riemen eingetheilet, deren jeder auch dahero, weilen er einem Stück Riemen-Leder gleich siehet, Riemen-Ruthen, genennet wird. Numero 2. ist eine in zehen Theile getheilte Quadrat-Ruthe, und Num. 3. eine von denen zehen Riemen-Ruthen abgebildet. Ziehet man aus der andern Seiten der Quadrat-Ruthen von denen Theilungs-Punctis Parallelas, so wird die gantze Quadrat-Ruthe in 100 Quadrat-Schuh, und eine Riemen-Ruthe in 10 Quadrat-Schuh getheilet. Num. 4. ist die Quadrat-Ruthe in 100. und Num. 5. eine Riemen-Ruthe in 10 Quadrat-Schuh getheilet. Wie man nun eine Quadrat-Ruthe eintheilet, daß solche in 10 Riemen-Ruthen, und eine Riemen-Ruthe in 10 Quadrat-Schuh, mithin die gantze Quadrat-Ruthe in 100 Quadrat-Schuh zergliedert wird; So machet man es mit einem Quadrat-Schuh Num. 6. von neuen wiederum: Dieser wird in 10 Riemen-Schuh, ein Riemen-Schuh in 10 Quadrat-Zoll, und also die 10 Riemen-Schuh in 100 Quadrat-Zoll zertheilet. Wenn man das Quadrat etwas grösser annähme, könte man auch einen Quadrat-Zoll also in 10. Riemen-Zoll, und einen Riemen-Zoll in 10 Quadrat-Gran eintheilen. Eben so wird ein Quadrat-Gran in 10 Riemen-Gran, ein Riemen-Gran in 10 Quadrat-Scrupel, und der gantze Quadrat-Gran also in 100 Quadrat-Scrupel getheilet. Ein Scrupel wird wieder so in 100 zweyte Scrupel, ein zweyter Scrupel in 100 dritte Scrupel, quadratè zergliedert.

Corollarium.

Hieraus ersiehet man, daß in dem Quadrat-Maaß man nicht gleich von Ruthen auf Schuh, in zehen-mäßiger Abtheilung

lung fortgehen und sagen könne, eine Ruthe hat zehen Schuh, ein Schuh hat 10 Zoll, ꝛc. Sondern das Quadrat-Maaß hat ein Zwischen-Maaß, die Riemen-Ruthen, Riemen-Schuh, Riemen-Zoll, ꝛc. Und wird demnach also ausgesprochen: Eine *Quadrat*-Ruthe hat 10 Riemen-Ruthen, eine Riemen-Ruthe hat 10 *Quadrat*-Schuh, ein *Quadrat*-Schuh hat 10 Riemen-Schuh, ein Riemen-Schuh hat 10 *Quadrat*-Zoll ꝛc.

Definitio LXVI.

Das Cörperliche, oder *Cubic*-**Maaß** ist ex. gr. eine Ruthe, welche einerley Länge, Breite und Höhe hat. Tab. I. Figura III. Num. 1. stehet ein solches Cubic-Maaß zu sehen.

Scholion.

Es giebt nicht nur gerade Linien, die man auszumessen hat, nicht nur Flächen, die nach der Länge und Breite zu nehmen sind, sondern es giebt auch cörperliche Dinge, welche eine Länge, eine Breite und eine Dicke (oder Höhe und Tieffe) haben. Diese nun accurat auszumessen und der verdrießlichen Brüche überhoben zu seyn, so nehmen die Geometræ ein solches Maaß an, das in 10 Theile zertheilet und messen damit die Länge, Breite und Dicke eines Cörpers, wie offt nemlich ein solches Maaß den Cörper ausmesse.

Hypothesis XX.

Alle Cörperliche Grössen werden nach dreyfachen Maaß, nemlich nach der Länge, nach der Breite und nach der Dicke ausgemessen, und nach Cubischen Maassen ausgesprochen.

Scholion I.

Eine Multiplicatio Cubica ist, wenn man die Länge mit der Breite multipliciret, und die Fläche, die heraus kommt, mit der Dicke nochmalen multipliciret, so kommt der Cörperliche Innhalt. Da nun alle Corpora durch dieß dreyfache Maaß gemessen werden, so war es nothwendig, daß man ein gewisses regulares Cörperliches Maaß annehmen muste, nach welchem man alle andere Cörper, wie offt nemlich ein solches Maaß in ihnen enthalten, ausmessen könte. Die Decimal-

Rechnung nun bleibet bey ihrer zehen-theiligen Ruthen, und saget: Wenn ich eine blosse Linie zu messen habe, ohne alle Breite und Dicke, so sage ich nach der Mensura Linearum: Diese Länge, dieser Weg ist 10 Ruthen, 10 Schuh, 10 Zoll, &c. lang. Wenn ich Flächen zu messen habe, mithin quadratè verfahren muß, so sage ich nach der Decimal-Rechnung: Diese angenommene zehen-theilige Ruthe sey eine Quadrat Ruthe, das ist eine zehen-theilige Ruthe lang und eine zehen-theilige Ruthe breit. Habe ich einen Cörper zu messen, so behält die Decimal-Rechnung ihre zehen-theilige Ruthen wieder, sagt aber, nun ist meine Ruthe eine zehen-theilige Ruthe lang, eine zehen-theilige Ruthe breit, und eine zehen-theilige Ruthe hoch. Und mit dieser Cubic-Ruthen rechnet man nun in der Cörperlichen Rechnung sehr commod.

Scholion II.

Die Vernunfft giebt es nun aber, daß ich hier von einer Ruthe nicht gleich auf Schuh in 10-facher Abtheilung gehen und sagen könne: Eine Cubic-Ruthe hat 10 Cubic-Schuh, ein Cubic-Schuh 10 Cubic-Zoll, &c. Man nehme nur nach dem verjüngten Maaß-Stab einen Cubum vor eine Cubic-Ruthe an, und zertheile solchen in 10 gleiche Theile, nimmermehr werden 10 kleinere Cubi als Cubic Schuh heraus fallen, (wie mit einer Rübe das Experiment gemacht werden kan,) sondern es werden 10 Blätter in der Zertheilung daraus, deren jedes an der Länge und Breite dem gantzen Cubo gleich bleibet, aber nur den zehenden Theil der Dicke des gantzen Cubi hat: Diese Blätter werden nun Schachte genennet. Man nehme einen solchen Schacht und zertheile solchen wieder in 10 Theile, wie es die Decimal-Rechnung haben will, so werden auch hieraus noch nicht einmal kleinere Cubi entstehen, sondern lange viereckichte Balcken, die an der Breite und Dicke einander gleich, an der Länge aber zehenmal so groß sind: Diese Stücker werden Balcken genennet. Zertheilet man einen solchen Balcken wieder in 10 Theile, so kommen erst aus solchen Theilen wieder perfecte kleinere Cubi heraus, deren Länge, Breite und Dicke wieder einerley, nemlich 10 mal kleiner als des ersten Cubi ist. Tab. I. Fig. III. Num. 2. ist ein das erste mal in 10 Theile zertheilter Cubus; Num. 3. ist ein solcher zehender Theil, der Schacht genennet

wird,

wird, besonders aufgezeichnet. Tab. II. Num. 4. ist ein Schacht in 10 Theile, die Balcken benahmet werden, zertheilet: Num. 5. stehet ein Balcke allein: Num. 6. ist auch ein Balcke wieder in 10 Theile zergliedert: Num. 7. stehet ein Theil als ein Cubic-Schuh und Num. 8. ein in 1000 Schuh zertheilter Cubus.

Scholion III.

Gleichwie nun eine Cubic-Ruthe also in 10 Ruthen-Schacht, ein Ruthen-Schacht in zehen Ruthen-Balcken, ein Ruthen-Balcken in 10 Cubic-Schuh zertheilet werden muß, weil alles zehenfach gerechnet wird in dieser Rechnungs-Art; Eben also zerschneidet man nun wieder einen Cubic-Schuh in 10 Schuh-Schacht, einen Schuh-Schacht in 10 Schuh-Balcken, einen Schuh-Balcken in 10 Cubic-Zoll. Mit den Zollen gehet es eben also, und so ferner.

Corollarium.

Demnach ist in dem cörperlichen Maaß ein gedoppeltes Zwischen-Maaß, zwischen Ruthen und Schuh, zwischen Schuh und Zoll, &c. also daß ich nicht sagen kan: Eine Cubic-Ruthen hat 10 Cubic-Schuh, ein Cubic-Schuh hat 10 Cubic-Zoll, &c. sondern ich muß sagen: Eine *Cubic*-Ruthen hat 10 Ruthen-Schacht, ein Ruthen-Schacht hat 10 Ruthen-Balcken, ein Ruthen-Balcken hat 10 *Cubic*-Schuh: *Item*: Ein *Cubic*-Schuh hat 10 Schuh-Schacht, ein Schuh-Schacht hat 10 Schuh-Balcken, ein Schuh-Balcken hat 10 *Cubic*-Zoll, &c.

Scholion IV.

Weil nun die Mensura Linearum kein Zwischen-Maaß hat, so sage ich gleich eine Ruthe hat 10 Schuh, ein Schuh 10 Zoll, ein Zoll 10 Gran, &c. Will ich aber in der Mensura Quadratorum gleich von Ruthen auf Schuh und Zoll gehen, so muß ich sagen eine Ruthe hat 100 Schuh, ein Schuh hat 100 Zoll, 1 Zoll hat 100 Gran Quadrat-Maaß: Denn eine Quadrat-Ruthe hat 10 Riemen-Ruthen, eine Riemen-Ruthen 10 Quadrat-Schuh; Nun sind 10 mal 10 ja 100. In der Cubic-Rechnung, wo man von Ruthen gleich auf Schuh in der Aussprechung gehen will, muß man sagen: Eine Ruthe hat 1000 Cubic-Schuh, ein Schuh hat 1000 Cubic-Zoll, ein Zoll hat 1000 Cubic-Gran: Denn eine Cubic-Ruthen hat 10 Ruthen-Schacht, ein Ruthen-Schacht

hat 10 Ruthen-Balcken; 10 mal 10 sind 100 Ruthen-Balcken: Ein Ruthen-Balcken hat 10 Cubic-Schuh; 10 mal 100 ist 1000 Cubic-Schuh.

Hypothesis XXI

Die Signaturen oder Zeichen, womit die Gantze und die Theile in dieser Decimal-Rechnung bezeichnet werden, sind einerley. In der Mensura Lineæ bemercket man eine Ruthe mit (o) einen Schuh mit (I) einen Zoll mit (II) einen Gran mit (III) einen ersten Scrupel mit (IV) einen zweyten Scrupel mit (V) &c. In der Mensura Quadratorum bezeichnet man eine Ruthe mit (o) eine Riemen-Ruthe mit (I) einen Schuh mit (II) einen Riemen-Schuh mit (III) einen Quadrat-Zoll mit (IV) einen Riemen-Zoll mit (V) ein Quadrat-Gran mit (VI) einen Riemen-Gran mit (VII) ein Quadrat-ersten Scrupel mit (VIII) &c. In der Mensura Cubi wird eine Ruthe mit (o) ein Ruthen-Schacht mit (I) ein Ruthen-Balcken mit (II) ein Cubic-Schuh mit (III) ein Schuh-Schacht mit (IV) ein Schuh-Balcken mit (V) ein Cubic-Zoll mit (VI) ein Zoll-Schacht mit (VII) ein Zoll-Balcken mit (VIII) ein Cubic-Gran mit (IX) &c. bezeichnet.

Hypothesis XXII

Weilen dieß leicht eine Confusion machet, da bald ein Strichlein einen Schuh, bald zwey Strichlein bald drey Strichlein einen Schuh anzeigen, hiernächst es sehr incommod in der Rechnung selbst ist, allemal über eine jede Zahl so viele Strichlein zu setzen; so haben die Neuern diese Manier: Die Ruthen bezeichnen sie mit (o) oder machen auch nur, wo die Zahlen der Gantzen ein Ende haben, ein Com-

Comma, die Bruch-Zahlen alle aber setzen sie schlechterdings hinter einander, und wo auch eine Eintheilung nur ein Null hätte, so setzen sie solche doch alle in ihre Reyhen. Hinter die letzte Bruch-Zahlen ziehen sie eine Lunulam und darhinter schreiben sie die Anzahl derer Bruch-Zeichen mit einer ordentlichen Zahl: Ex. gr. 75678 (4. bedeutet 7 Gantze, nemlich 7 Ruthen und 4 Bruch-Zahlen: Item 75,05032 (5. das ist 75 Ruthen und 5 Bruch-Zahlen.

Hypothesis XXIII

Wenn die Zahlen von der blossen Mensura Lineæ handeln, so setzet man solche schlechterdings hin: Ist die Rede von der Mensura Quadratorum, so zeichnet man zur Zeiger-Zahl derer Bruch-Stücke hinter die Lunulam ein □. Sind die Zahlen von der Mensura Cubi, so setzen sie C. darzu: Ex. gr.

Mens. Lin. 75,05032 (5
Mens. Quad. 75,05032 (5 □
Mens. Cub. 75,05032 (5 C.

Scholion I.

Man mercke dieß demnach zum Voraus wohl; wenn in der Decimal-Rechnung die Zahlen schlechterdings hingesetzet werden mit ihrem Bruch-Zeichen hinter der Lunula, so ist bloß von dem Linien-Maaß die Rede: Hingegen wenn Quadrata oder Cubi durch die Rechnung heraus kommen, so muß allemal das □ oder C. dabey stehen, sonst wird man in dieser leichten und schönen Rechnung die grösten Irrthümer begehen.

Scholion II.

Dieß alles wird man aus beygefügten dreyen Tabellen noch deutlicher begreiffen, darinnen in der ersten Reyhe die Gantzen sammt ihren ordentlich-folgenden zehenfachen Theilen; In der andern Reyhe die Nahmen der Gantzen und deren Theile; In der dritten Reyhe die Signaturen, mit welchen sie angezeiget werden; In der vierdten Reyhe ihre Rationes, wie groß ein Theil gegen dem andern sey, und in welcher Verhältniß sie steigen, recht compendiös aufgeschrieben stehen, aus deren Beschauung alle Schwierigkeiten, die einem Anfänger noch vorkommen möchten, auf einmal werden können gehoben werden.

Das Längen-Maaß.

Reyhe der Gantzen und Ihrer Theile.	Gantze	Erster Theil	IIter	IIIter	IVter	Vter	VIter	VIIder	VIIIter	IXter Theil.
Eintheilungs-Namen.	Ruthen	Schuh	Zoll	Gran	erste Scrupel	zweyte Scrupel	dritter Scrupel	vierdte Scrupel	fünfte Scrupel	sechste Scrupel
Zeichen	O oder ,	I oder (1	II oder (2	III oder (3	IV oder (4	V oder (5	VI oder (6	VII oder (7	VIII oder (8	IX. oder (9
Ratio decupla	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{100000}$	$\frac{1}{1000000}$	$\frac{1}{10000000}$	$\frac{1}{100000000}$	$\frac{1}{1000000000}$

Das Flächen-Maaß.

Reyhe der Gantzen u. ihrer Theile.	Gantze	Erster Theil	IIter	IIIter	IVter	Vter	VIter	VIIder	VIIIter	IXter Theil.
Eintheilungs-Namen	□ Ruthen	Riemen-Ruthen	□ Schuh	Riemen-Schuh	□ Zoll	Riemen Zoll	□ Gran	Riemen-Gran	□ erster Scrupel	Riemen-erster Scrupel.
Zeichen	O oder ,	I oder (1□	II oder (2□	III oder (3□	IV oder (4□	V oder (5□	VI oder (6□	VII oder 7□	VIII oder (8□	IX oder (9□
Ratio decupla	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{100000}$	$\frac{1}{1000000}$	$\frac{1}{10000000}$	$\frac{1}{100000000}$	$\frac{1}{1000000000}$

Das Cörper-Maaß.

Reyhe der Gantzen u. ihrer Theile	Gantze	Erster Theil	IIter	IIIter	IVter	Vter	VIter	VIIder	VIIIter	IXter Theil
Namen	Cubic-Ruthen	Ruthen-Schacht	Ruthen-Balcken	C. Schuh	Schuh-Schacht	Schuh-Balcken	C. Zoll	Zoll-Schacht	Zoll-Balcken	C. Gran
Zeichen	O oder ,	I oder (1 C.	II oder (2 C.	III oder (3 C.	IV oder (4 C.	V oder (5 C.	VI oder (6 C.	VII oder (7 C.	VIII oder 8 C.	IX. oder (9 C.
Ratio decupla	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{100000}$	$\frac{1}{1000000}$	$\frac{1}{10000000}$	$\frac{1}{100000000}$	$\frac{1}{1000000000}$

CAPUT II.

Von denen Theorematibus.

Theorema XLVI.

Wenn Längen zu Längen addiret werden, so bringet die Summa auch Längen heraus.

Ex. gr.

Ich habe eine Länge von 6 Ruthen, zu dieser soll ich addiren 7 Ruthen, so bringet die Summa 13 auch eine Länge heraus, denn diese zwey Längen sind hernach 13 Ruthen lang.

Theorema XLVII.

Wenn Flächen zu Flächen addiret werden, so ist die Summa auch eine Fläche.

Ex. gr.

Ich habe einen Acker von 545 Quadrat-Ruthen: Ich kauffe meines Nachbarn Acker von 700 Quadrat-Ruthen darzu, so giebt die Summa wieder eine Fläche, nemlich einen Acker von 1245 □ Ruthen.

Theorema XLVIII.

Addiret man Cörper zu Cörpern, so giebt auch die Summa Cörper.

Ex. gr.

Ich soll aus einer Vestung ausführen 130 Cubic-Ruthen Erden: Ein anderer soll ausführen 97 Cubic-Ruthen. Wenn beydes addirt wird, so giebt die Summa auch Cubic-Ruthen, nemlich 227 Cubic-Ruthen die wir beyde ausführen müsten.

Corollarium I.

Demnach muß alles, was addirt werden soll, einerley Geschlechts seyn.

Co-

Corollarium II.

Ergo kan man Längen und Flächen nicht zusammen addiren: Denn wenn ich zu einem Acker viel hundert Ruthen Linien, die weder Breite noch Dicke haben, addire, so wird der Acker nicht um ein Haar grösser. Ergo kan man auch keine Flächen zu Cörpern addiren. Eine Fläche muß man sich einbilden, als eine ohne die geringste Dicke seyende ausgespannte Breite und Länge, dergleichen ex. gr. der Schatten ist: Wenn ich gleich einen Schatten, als eine Fläche, zu einem Cörper addirte, würde das Corpus dadurch nichts dicker.

Theorema XLIX.

Wenn man Längen von Längen subtrahiret, so bleiben im Rest Längen.

Ex. gr.

Ich soll von der Linie 48 Ruthen subtrahiren 9 Ruthen Linien, so bleiben im Rest 39 Ruthen Linien.

Theorema L.

Wenn Flächen von Flächen subtrahiret werden, bleiben im Rest Flächen.

Ex. gr.

Ich muß als ein Erbe mit einem andern Erben eine Wiese theilen, deren Quadrat Innhalt 720 □ Ruthen, und zwar also, daß mir nur 225 □ Ruthen bleiben sollen; subtrahire ich nun die Fläche der 225 □ Ruthen von der Fläche 720 □ Ruthen, so bleibt dem andern im Rest 495 □ Ruthen, als eine Fläche.

Theorema LI.

Subtrahiret Cörper von Cörpern, so giebt der Rest Cörper.

Ex. gr.

Man rechnet in einer Vestungs-Arbeit aus, wie

viel in allen Erde ausgeworffen wird aus deren Vestungs-Wercken, an Cubic-Ruthen. Man rechnet auch aus, wie viel von dieser Erde zu denen Brust-Wehren gebraucht werden müsse, an Cubic-Maassen; wenn man dieses letztere subtrahiret von dem erstern, so giebt der Rest den cörperlichen Innhalt, wie viel der Erde zu viel ausgeworffen wird, die zuletzt weggeführt werden muß.

Corollarium I.

Demnach müssen auch in der Subtractione allezeit einerley Geschlechts-Maaß gesetzet werden.

Corollarium II.

Ergo kan ich keine Länge von einer Fläche wegnehmen. Eine Linie hat gar keine Breite und Dicke; Subtrahiret Linien von einer Fläche so viel ihr wollet, so gehet der Fläche nichts ab, und so bald durch eine vermeyntliche Linie eine Fläche schmähler wird, so gleich ist dieselbe Linie keine wahre Linie, sondern in der That schon eine Fläche gewesen, sie mag auch so schmal gewesen seyn, als sie immer war. Item ihr könnet keine Fläche von einem Cörper subtrahiren: Denn eine Fläche hat gar keine Dicke, und so bald durch eine vermeyntlich-abgeschnittene Fläche der Cörper dünner geworden, so war dasselbe schon keine wahre Fläche mehr, sondern ein subtiler Cörper, wenn er auch noch so dünne gewesen.

Theorema LII.

Multipliciret man Längen mit Längen, so giebt das Product Flächen.

Ex. gr.

Ich habe eine Länge von 8 Ruthen, und eine Breite von 7 Ruthen, multiplicire ich solche mit einander, so kommen 56 Quadrat-Ruthen heraus.

Scholion.

Hier ist zu mercken, wenn ich die 8 und 7 Ruthen Längen-Maaß an einander in gerader Linie setzte, so wäre dieß addiret und nicht multipliciret, und da käme nur wieder ein Längen-Maaß heraus; Allein, wenn ich 8 Ruthen zur Länge setze,

tze, und 7 Ruthen zur Breite, daß diese beyde Längen-Maaß recht-wincklicht an einander stossen, und ich führe die 8 Ruthen durch die 7 Ruthen, oder die 7 Ruthen durch die gantzen 8 Ruthen hindurch, so bekomme ich eine Fläche, die 56 solche Quadrat-Ruthen machet, als eine jede Ruthe von denen 7 und 8 Ruthen Längen-Maaß das eine Latus zu solchen □ Ruthen giebt.

Theorema LIII.

Multipliciret man Längen durch Flächen, so giebt das Product Cörper.

Ex. gr.

Ich habe eine Basin als eine Grund-Fläche von 4 Quadrat-Schuhen groß, ich soll darauf eine Säulen setzen, die 7 Schuh nach dem Längen-Maaß hoch sey, so kommt der cörperliche Innhalt heraus, wenn ich diese Fläche der 4 □ Schuh mit 7 Schuh Linien-Maaß multiplicire: Nemlich 28 Cubic-Schuh wird sie hoch, oder dick seyn.

Corollarium.

Ergo lassen sich keine Flächen mit Flächen multipliciren: Item Flächen mit Cörpern, oder Längen mit Cörpern kan man auch nicht multipliciren, vielweniger Cörper mit Cörpern.

Theorema LIV.

Multipliciret man Zahlen, die keine Bruch-Zeichen haben, mit Zahlen bey denen Bruch-Zeichen stehen, so bringet das Product gleicherley Bruch-Zeichen.

Ex. gr.

Ich habe die Zahl 6. diese soll multipliciret werden mit 5, 2 (1. das ist mit 5 Ruthen 2 Schuh. In dem Product kommt es also zu stehen: 31, 2 (1. das ist 31 Ruthen 2 Schuh □.

Scholion.

Man mercke, in dem multipliciren kommen allemal zweyerley,

erley, auch wohl dreyerley Mensuræ zusammen: Multiplicire ich Längen durch Längen, so sind die Zahlen, die unter einander multipliciret werden, Mensuræ Linearum; Das Product sind Mensuræ Quadratorum: Ex. gr.

9 Ruthen lang. } Mens. Lin.
7 Ruthen breit. }

63 Ruthen □. Mens. Quadr.

Oder multiplicire ich die Fläche 2 Ruthen, mit der Linie 4 Schuh hoch, so giebt das Product den Cörper 8 Cubic-Maaß hoch.

2 □ Ruthen. Mens. Quadrat.
4 (1 Schuh. Mens. Lin.

8 (1 Ruthen-Schacht Mens. Cubi.

Dieß alles wird das dritte Capitel deutlicher machen.

Theorema LV.

Wenn Flächen durch eine Linie, welche die Länge anzeiget, dividiret werden, so kommt in dem Quotienten die Breite heraus.

Ex. gr.

Man sagt mir, ein Acker habe nach Quadrat-Maaß zum Innhalt 360 □ Ruthen, und zwar seye er als ein Parallelogramm lang 40 Ruthen Mens. Lineæ. Fragt sichs, wie breit ist er: Resp. multipliciret die Fläche 360 mit der Länge 40. der Quotient 9 giebt die Breite, nemlich 9 Ruthen Mensuræ Lineæ ist er breit.

Theorema LVI.

Wenn Flächen durch eine Linie, welche die Breite anzeiget, dividiret werden, so giebt der Quotient die Länge.

Ex.

Ex. gr.

Behaltet das vorige Exempel: Ein Acker hält 360 □ Ruthen und breit ist er 9 Ruthen: Wie lang ist der Acker? Resp. dividiret 360 durch 9. der Quotient 40. wird die Länge des Ackers seyn.

Theorema LVII.

Wenn Cörper mit einer Linie dividiret werden, welche die Dicke des Cörpers vorstellt, so kommt in dem Quotienten die Fläche, die auf jedem Ende derselben Dicke an dem Cörper stehet.

Ex. gr.

Ich habe einen Cörper, dessen Innhalt ist mir bewust, nemlich 64 Cubic-Ruthen hält er in allen. Ich weiß auch dessen Höhe oder Dicke: Er ist 4 Ruthen hoch. Fraget sichs, wie groß ist eine flache Seite dieses Cörpers nach Quadrat-Maaß? Resp. Multipliciret den gantzen Cörper, 64 Cubic-Ruthen, mit der Dicke dessen, 4 Ruthen Längen-Maaß, der Quotient 16 zeiget, daß eine Seite dieses Cubi 16 □ Ruthen groß oder flach sey.

Scholion.

Es ist hier bloß alleine die Rede von Superficiebus Quadratis und Rectangulis Parallelogrammis, item von Cubis und Parallelepipedis; sonst bey irregulairen gehet es nicht an.

Corollarium.

Ergo kan ich wohl Flächen mit der Länge oder Breite, aber keine Länge oder Breite mit Flächen dividiren: Item ich kan wohl Cörper mit Linien dividiren, aber nicht Linien mit Cörpern.

Theorema LVIII.

Wenn Cörper mit einer Fläche dividiret wer-

werden, so giebt der Quotient die Dicke oder ein Linien-Maaß, welches anzeiget, wie weit die eine Fläche des Cörpers von der andern ihr entgegen stehenden Fläche dieses Cörpers stehe.

Ex. gr.

Es sey der vorige Cörper, dessen Cubic-Innhalt ist 64 Cubic Ruthen: Eine Fläche dieses Cubi hat 16 □ Ruthen. Fraget sichs, wie dick oder hoch ist dieser Cubus? Resp. dividiret 64 durch 16. so ist der Quotient 4. die Dicke des Cubi: Das ist, die obere Fläche ist von der untern Fläche dieses Cubi 4 Ruthen Längen-Maaß abstehend.

Corollarium.

Ergo kan ich wohl Cörper durch Flächen, aber nicht Flächen durch Cörper dividiren.

Scholion I.

I. Wenn bis hieher von der Multiplicatione ist gesagt worden, daß sich keine Flächen durch Flächen *multipliciren* liessen, so ist die Rede nicht davon, als könte ich nicht sagen, ex. gr. wie viel Morgen Aecker ich hätte, wenn ich 6 mal so viel als mein Bruder hätte, welcher 12 Morgen vermag; dieß gehet wohl an: Denn so hätte ich 72 Morgen, wenn ich beyde multiplicirte, nemlich NB. die Anzahl derer Flächen: Sondern die Meynung ist diese, wenn ich eine Fläche oder auch mehrere in die andere hinein multipliciren wolte, so würde es nicht angehen, denn es würde weder eine grössere Fläche daraus entstehen, noch auch eine Dicke derselben Fläche dadurch zuwachsen, daß etwa ein Cörper daraus werden solte. Ich will mich mit einem Gleichniß erklähren: Wenn ich den Schatten eines Hauses nach seinen Quadrat-Maassen habe, und ich wolte diesen Schatten mit eines andern Hauses Schatten also multipliciren, daß ich diesen Schatten in den andern Schatten hinein führen wolte, so gienge es nicht an, denn er würde nicht ein Haar-breit dicker werden. Allein, wenn ich wissen

sen wolte, wie groß dieser Schatten des Hauses wäre, wenn er noch 4 mal so groß wäre, so kan ich multipliciren und sagen, wenn der Schatten des Hauses 4 Quadrat-Ruthen hat, so würde er 16 □ Ruthen groß, wenn er mit 4 multiplicirt würde, oder noch 4 mal so groß wäre. Und dieß letztere wäre eigentlich hernach nur eine Additio, da ich nur 4 mal so viel grosse Fläche neben einander legte.

II. Wenn gesagt worden, es könten auch keine Flächen durch Cörper *multiplici*ret werden, so ist der Verstand dieser: Es gehe nicht an, wenn man ex. gr. sagen wolte: Mein Acker der 360 □ Ruthen groß, müste durch 4 Cubic-Ruthen multipliciret werden, daß man wüste, wie vielmal dick der Acker oder diese Fläche wäre: Denn eine Fläche hat gar keine Dicke, mithin kan sie durch keine Dicke multiplicirt werden.

III. Wenn es heisset keine Längen durch Cörper könten *multiplicir*et werden, so ist die Meynung diese: Eine Linie, die weder Breite noch Dicke hat, könne ja durch kein cörperliches Maaß vermehret werden, so lang die Linie eine Linie heisset, welches sehr deutlich.

IV. Wenn es stehet: Cörper mit Cörpern können auch nicht *multiplicir*et werden, so ist die Meynung diese, man könne keinen Cörper in den andern hinein führen, daß man sagen könte, der eine Cörper wäre drey-vier-und mehrmalen in den andern hinein gebracht worden. Das kan man wohl, einen Cörper so vielmal auf- neben- und an ihn zu setzen, wodurch ein grösserer Cörper entstehet, und dieß heisset vielmehr addiren; allein ein Corpus durch das andere zu führen und damit zu vermehren, wie man etwa eine Linie durch eine Fläche führet und daraus ein Cörper entstehet, das gehet nicht an.

V. Wenn in der Divisione es heisset: Man könne keine Länge oder Breite durch Flächen *dividir*en, so ist die Meynung diese, weil eine Linie keine Fläche oder Breite hat; Es mag hernach die Linie eine Längen-*Linie* oder eine Breiten-*Linie* heissen, so kan man ohnmöglich durch etwas, welches eine Länge und Breite hat, eine Linie in solche Theile zertheilen, deren jeder ein Theil einer Fläche wäre, da die ganze Linie keine Fläche hat.

VI. Wenn es heisset man könne keine Linien durch Cörper,

oder keine Flächen durch Cörper dividiren, so wird dieß aus bisherigen vor sich deutlich seyn: Denn wie kan ich eine Linie, die keine Dicke hat, mit einer Dicke zergliedern? Item wie ist es möglich, daß man eine Fläche, die gar keine Höhe, Tieffe, oder Dicke hat, durch eine Höhe, Tieffe, oder Dicke zertheilen könte?

Scholion II.

Diese Dinge, wo man ihnen wohl nachdencket, werden die gantze Decimal-Rechnung leicht machen, und die nunmehro folgende Problemata des dritten Capituls von aller Dunckelheit befreyen.

Scholion III.

Wenn Zahlen, die keine Bruch-Zeichen haben, durch Zahlen mit Bruch-Zeichen dividirt werden, so geben sie in dem Quotienten gleich-signirte Zahlen.

CAPUT III.

Von der Numeratione, Additione, Subtractione, Multiplicatione und Divisione der Zahlen nach der Decimal-Rechnung.

Problema LI.

Eine jede angegebene Zahl nach der Decimal-Rechnung auszusprechen.

Resolutio.

I. Nach dem Längen-Maaß.

1.) Es müssen allezeit einerley Geschlechts Gantze und Bruch-Zahlen hinter einander stehen, denn ich kan keine Linien- und Flächen, oder Flächen und Cörper-Maaß unter einer Rubric aussprechen.

2.) Se-

2. Sehet wie viele Gantze in der Zahl sind, welche ex hypothesi mit einem Commate allezeit unterschieden werden von denen Bruch-Zahlen.

3. Sprechet nun die Gantzen vor sich aus, hernach sprechet die erste hinter dem Commate stehende Zahl mit **Schuhen** aus, die zweyte folgende mit **Zollen**, die dritte mit *Gran*, die vierdte mit **ersten** *Scrupeln*, die fünfte mit **zweyten** *Scrupeln*, &c.

Ex. gr.

Die Zahl 25, 763456 (6 wird nach dem Längen-Maaß also ausgesprochen: 25 **Ruthen**, 7 **Schuh**, 6 **Zoll**, 3 *Gran*, 4 **erste** *Scrupel*, 5 **zweyte** *Scrupel*, 6 **dritte** *Scrupel*.

II. Nach dem Quadrat-Maaß.

1.) Hier ist ein **Zwischen-Maaß** zwischen Ruthen und Schuhen, nemlich **Riemen-Ruthen**, demnach muß dieß in dem numeriren wohl beobachtet werden, weil in denen Bruch-Zeichen selbst kein neuer Unterschied gemacht wird.

2.) Dahero lasset allemal zu dem Bruch-Zeichen hinter der Lunula ein □ hinsetzen, und sprechet es also aus:

Ex. gr.

Die vorige Zahl soll nun nach der Mensura Quadratorum ausgesprochen werden, ohnerachtet sie nicht anders geschrieben stehet, als wie in der Mensura Lineæ auch, ausser daß nur zum Unterschied ein □ darhinter stehet:

25, 763456 (6 □.

So sprechet also: 25 *Quadrat*-**Ruthen**, 7 **Riemen-Ruthen**, 6 *Quadrat*-**Schuh**, 3 **Riemen-**

 Schuh,

Schuh, 4 *Quadrat*-Zoll, 5 Riemen-Zoll, 6 *Quadrat-Gran*.

III. Nach dem cörperlichen Maaß.

1.) Hier sind zwey Zwischen-Maaß zwischen einer Ruthe und einem Schuh, nemlich die **Ruthen-Schacht und Ruthen-Balcken.**

2.) Demnach lasset hinter die Lunulam zu dem Bruch-Zeichen den Buchstaben C. setzen, zum Merckmahl, daß die auszusprechende Zahlen von Cubic-Maassen handeln.

3.) Sprechet sie nach der Ordnung also aus:

Ex gr.

Es seyen die vorigen Zahlen wieder, allein von Cubic-Ruthen zu verstehen.

25, 763456 (6 C.

Sprechet also: 25 *Cubic*-**Ruthen, 7 Ruthen-Schacht, 6 Ruthen-Balcken, 3** *Cubic*-**Schuh, 4 Schuh-Schacht, 5 Schuh-Balcken, 6** *Cubic*-**Zoll.**

Scholion I.

Man hat noch andere Arten, die Zahlen nach der Decimal-Rechnung auszusprechen.

I. Pflegen einige die Bruch Zahlen zusammt denen Gantzen in einer Summa auszusprechen, und den Nahmen des letzten Bruch Zeichens darzu zu melden: Ex. gr. Die vorige Zahl wiederum 25, 763 456 (6. wird also nach der Mensura Lineæ ausgesprochen. 25 *Millionen* siebenhundert und drey und sechzig tausend vierhundert und sechs und funffzig dritte *Scrupel*. Nach der Mensura Quadratorum spräche man also: 25 *Millionen* siebnhundert und drey und sechzig tausend vierhundert und sechs und funffzig *Quadrat-Gran*. Nach der Mensura Cubi würde es also ausgesprochen: 25 *Millionen* siebenhundert und drey und sechzig tausend vierhundert und sechs und funffzig *Cubic*-Zoll.

II.

II. Einige sprechen die Zahlen in der Decimal-Rechnung auch also aus, daß sie die Gantzen vornen allein nennen, und hernach die Bruch-Zahlen auch zusammen in eine Summam: Ex. gr. Die vorige Zahl 25,763 456 (6. sprechen sie also aus, nach der Mensura Lineæ: 25 Ruthen, siebenhundert und drey und sechzig tausend vierhundert und sechs und funffzig dritte *Scrupel.* Nach der Mensura Quadratorum: 25 *Quadrat*-Ruthen, siebenhundert und drey und sechzig tausend vierhundert und sechs und funffzig *Quadrat-Gran.* Nach der Mensura Cubi: 25 *Cubic*-Ruthen, siebenhundert und drey und sechzig tausend vierhundert und sechs und funffzig *Cubic*-Zoll.

Scholion II.

Ich liebe diejenige Art der Enumeration, welche in der Mensura Lineæ gerad fort die Gantzen erstlich alleine meldet, hernach Schuh, Zoll, Gran, Scrupel hinter einander ausspricht. In der Mensura Quadratorum aber ist das beste, wenn man, nachdeme die Gantzen ausgesprochen worden, alsdann von denen Bruch-Zahlen allemal zwey und zwey zusammen nimmt, und also von Schuhen auf Zolle, von Zollen auf Gran, &c. fort-spricht: Denn indem zwey Zahlen zusammen genommen werden, so stecket das Zwischen-Maaß zwischen Ruthen und Schuh, zwischen Schuh und Zoll, ꝛc. schon darinnen. In der Mensura Cuborum spricht man erstlich die Gantzen alleine aus, hernach nimmt man allezeit drey Zahlen zusammen unter denen Bruch-Zahlen, und gehet von Schuhen auf Zoll, auf Gran, &c. gleich fort, ohne der Ruthen-Schacht, Ruthen-Balcken, ꝛc. zu gedencken: Denn weil hier drey Zahlen zusammen genommen werden, so stecken darinnen allemal die zwey Zwischen-Maaß zwischen Ruthen und Schuh, zwischen Schuh und Zoll, ꝛc.

Man setze die vorige Zahl wieder, nemlich

25,763 456 (6.

I. Nach der Mensura Lineæ heisset es ordentlich 25 Ruthen, 7 Schuh, 6 Zoll, 3 *Gran*, 4 erste *Scrupel*, 5 zweyte *Scrupel*, 6 dritte *Scrupel*.

II. Nach der Mensura Quadratorum sage ich: 25 *Quadrat*-Ruthen, 76 *Quadrat*-Schuh 34 *Quadrat* Zoll 56 *Quadrat-Gran*.

III. Nach der Mensura Cuborum spreche ich: 25 *Cubic*-Ruthen, 763 *Cubic*-Schuh, 456 *Cubic*-Zoll.

Und in der That diese Manier ist die beste, worbey nur dieses noch zu mercken, wenn unter denen Bruch-Zeichen zuletzt nur eine Zahl übrig bleibet, so setzet ein Null darzu, wenn es von Quadrat-Maassen handelt; Hingegen wenn Cubic-Maaß verstanden wird, und es bleibt zuletzt nur eine Bruch-Zahl im aussprechen übrig, so hänget zwey Nullen an, bleiben zwey Zahlen übrig, so hänget ein Null an: Ex. gr.

25,763 (3 □

Nach dem Quadrat-Maaß saget also: 25 □ Ruthen 76 □ Schuh, 30 □ Zoll. Denn es ist so viel, als wenn stünde 25,7630 (4 □.

Oder nach dem Cubic-Maaß stünden folgende Zahlen:

25,7634 (4 C.

So saget 25 Cubic-Ruthen, 763 Cubic-Schuh. 400 Cubic-Zoll: Denn es ist eben, als wenn stünde 25,763400 (6 C.

Oder es stünde also: 25,76345 (5 C. so sprechet 25 Cubic-Ruthen 763 Cubic-Schuh, 450 Cubic-Zoll. Der gantze Grund stecket darinnen, weil ex. gr. 4 Schuh-Schacht (denn so viel bedeutet das letzte 4.) so viel ist, als 400 Cubic-Zoll: Denn ein Schuh-Schacht hat 10 Schuh-Balcken, ein Schuh-Balcken hat 10 Cubic-Zoll: Nun sind 10 mal 10 hundert, Ergo hat ein Schuh-Schacht 100 Cubic-Zoll: Ergo haben 4 Schuh-Schacht 400 Cubic-Zoll: Ergo ist es einerley, wenn zuletzt eine Zahl unter denen Bruch-Zahlen übrig bleibet, ob ich selbige unter dem Titul Schacht ausspreche, es mag hernach Schuh-Schacht oder Zoll-Schacht, rc. seyn; oder ob ich zwey Nullen anwerffe, und spreche es mit Schuhen, Zollen, oder *Granen*, rc. aus.

Scholion III.

Wenn Zahlen zu enumeriren vorkommen, welche ein grösseres Bruch-Zeichen haben, als derer Bruch-Zahlen selbst viel sind,

sind, so thut ein Anfänger am besten, er siehet nur erstlich darauf, ob von der Mensura Lineæ, oder Quadrati, oder Cubi die Rede sey. Zweytens, wenn er dieses weiß, so setze er sich auf ein besonderes Pappierlein die Bruch-Zeichen von dem Gantzen bis auf dasjenige, welches in dem gegebenen Exempel stehet, so wird er sehen, was für einen Namen eines Bruch-Zeichens die letztere Zahl führe, und wie viel fornen noch Bruch-Stücker nach dem Gantzen von denen ersteren fehlen so kan man nicht irren. Ex. gr.

Es sind die Zahlen 753 (5 auszusprechen. Weilen nun hinter der Lunula bey dem Bruch-Zeichen 5 nichts weiter stehet, weder □ noch C. so ist von der Mensura Lineæ die Rede. Wenn ich nun auf einem besondern Pappierlein die Zahlen nach einander hinschreibe.

o	I	II	III	IV	V
Ruthen,	Schuh,	Zoll,	Gran,	Erster Scrupel,	Zweyter Scrupel.

So finde ich, daß in meinem gegebenen Exempel die letzte Zahl 3. so viel als drey zweyte Scrupel bedeute, weilen hinter der Lunula das Bruch-Zeichen (5 stehet, mithin fehlen in diesem gegebenen Exempel 753 (5. die Schuh und Zoll, und ist so viel, als wenn es also stünde: 00753 (5. Wird demnach ausgesprochen: 7 *Gran*, 5 erste *Scrupel*, 3 zweyte *Scrupel.*

Wäre die Rede von Quadrat-Maassen, so stünden die Zahlen also: 753 (5 □. Setzet man sich nun die Bruch-Zeichen nach Quadrat-Zahlen auf ein besonders Pappierlein also:

o	I	II	III
□ Ruthen,	Riemen-Ruthen,	□ Schuh,	Riemen-Schuh
IV	V.		
□ Zoll,	Riemen-Zoll.		

So zeiget sichs, daß die letzte Zahl des Exempels 753 (5 □ von Riemen-Zollen rede, weil das Bruch-

Zeichen (5 ist: Demnach fehlen vornen Riemen-Ruthen und Quadrat-Schuh, und müssen die Zahlen 753 (5 □ also ausgesprochen werden: 7 Riemen-Schuh, 5 □ Zoll, 3 Riemen-Zoll; oder 75 □ Zoll, 30 Quadrat-Gran: Denn es ist so viel, als wenn es also stünde: 00753 (5 □. Wäre die Rede von Cubic-Maaß bey denen Zahlen 753 (5 C. so setzet nur auf ein besonders Pappier die Bruch-Zeichen nach Cubischen Decimal-Stücken also:

O	I	II
Cubic-Ruthen	Ruthen-Schacht	Ruthen-Balcken
III	IV	V
Cubic Schuh	Schuh Schacht	Schuh-Balcken.

so zeiget sichs gleich, daß die Zahl 3. in dem Exempel von Schuh-Balcken handle, weil das Bruch-Zeichen 5 darhinter stehet, mithin ist es so viel, als stünde 00753 (5 C. und fehlen also vornen Ruthen-Schacht, u. Ruthen-Balcken, und wird ausgesprochen 7 Cubic-Schuh, 5 Schuh-Schacht, 3 Schuh-Balcken; oder 7 Cubic-Schuh, 530 Cubic-Zoll. „Es mag demnach eine Zahl vorkommen wie sie will, so setzet man vornen so viel Nullen „darzu, als um viele Unitäten das Bruch-Zeichen „grösser ist, als die Anzahl derer Bruch-Stücker, „und spricht solche alsdann nach meiner Methode „aus, nachdem von einem Maaß nemlich die Rede ist.

Exemplum I.

7543 (5. Setzet dafür 07543 (5. und sprechet es nach der Mensura Lineæ aus: *Null* **Schuh, 7 Zoll,** 5 *Gran*, 4 **erste** *Scrupel*, **drey zweyte** *Scrupel.*

Exemplum II.

432 (6 □. Setzet dafür 000432 (6 □. und sprechet

chet es nach der Mensura Quadrati aus: *Null Quadrat-Schuh*, 4 *Quadrat*-Zoll, 32 □ *Gran*.

Exemplum III.

32457 (9 C. Setzet dafür 000032457 (9 C. und sprechet es nach der Mensura Cubi aus: *Null Cubic*-Schuh, 32 *Cubic*-Zoll, 456 *Cubic*-*Gran*.

Scholion IV.

Eben so machet man es, wenn Bruch-Stücker zu schreiben sind, da man eben nicht nach der Ordnung, von denen Schuhen anfangend, auf die Zoll, Gran, &c. oder in dem Quadrat-Maaß von Riemen-Ruthen auf die Quadrat-Schuh fort in der Ordnung aller Bruch-Zeichen Zahlen hat; sondern es kommet offt, daß ich von denen Ruthen gleich auf die Zoll, oder von denen Quadrat-Ruthen gleich auf die Riemen-Schuh, oder von denen Cubic-Ruthen gleich auf die Schuh-Balcken in der Aussprechung fallen muß. In solchen Fall thut ein Anfänger am besten, er setzet nur gleich wieder zum Anfang so viel Nullen, als Bruch-Stücker fehlen, und nachdem es von einem Maaß die Rede, spricht er mente bey sich, von dem ersten Bruch-Zeichen an, nach denen Ruthen, alle in der Ordnung aus, und setzet vor jedes ein Null, bis deßjenigen Bruch-Stückes Name kommt, der in meinem Exempel mit Zahlen determinirt ist, alsdann setzet man zuletzt das gröste Bruch-Zeichen hinter die Lunulam, wie die Exempel klährer machen werden.

Exemplum I.

Ich messe eine Länge und finde, daß solche 5 Ruthen 4 Zoll lang sey: Dieß wird nun also geschrieben: Saget 5 Ruthen, Null Schuh, 4 Zoll, und setzet 5, 04 (2.

Exemplum II.

Man misset ein Feld nach Quadrat-Maassen, dessen Innhalt 596 Quadrat Ruthen, 56 Quadrat-Zoll: Fraget sichs, wie schreibet man dieses? Resp. Setzet nur erstlich die Gantzen hin, dann sprechet mente, Null Riemen-Ruthen und setzet ein 0. ferner Null Quadrat Schuh, setzet dafür ein 0. ferner

ner Null Riemen-Schuh, setzet wieder dafür ein 0. Endlich kommt 56 Quadrat-Zoll, so stehen die Zahlen also: 596, 00056 (5 □.

Exemplum III.

Ich finde bey einer Cubic-Rechnung, daß zuletzt in dem Facit heraus kommt sechs Cubic-Ruthen und 125 Cubic-Zoll: Wie wird dieses geschrieben? Resp. setzet die 6 Cubic-Ruthen erstlich, hernach sprechet nach dem cörperlichen Maaß die Bruch-Stücker vom ersten bis auf das, was in dem Exempel vorkommt, aus: Saget Null Ruthen-Schacht, Null Ruthen-Balcken, Null Cubic-Schuh, Null Schuh-Schacht, Null Schuh-Balcken, 125 Cubic-Zoll. So stehet es also: 6, 00000125 (8 C.

Scholion V.

Aus diesem wird ein jeder Anfänger, wenn er seine Vernunft nur ein wenig gebrauchen will, in der gantzen Decimal-Rechnung alle fürgeschriebene Zahlen aussprechen, und alle fürgesagte Exempel richtig nach ihren Bruch-Zeichen aufsetzen lernen.

Problema LII.

Unterschiedliche Zahlen der *Decimal*-Rechnung, welche *NB.* einerley Geschlechts sind, zu *addi*ren.

Resolutio.

I. Es müssen diejenige Zahlen, welche man addiren soll, von einerley Geschlecht seyn, entweder lauter Linien, oder lauter Quadrata, oder lauter Cörper.

II. Setzet die Gantze unter die Gantzen, und die Bruch-Zahlen von einerley Nahmen auch unter einander.

III. Wo dahero in einer Reyhe Bruch-Zahlen etliche

liche fehlen, so erfüllet deren Plätze mit Nullen und zwar NB. wenn das Bruch-Zeichen grösser ist als die Bruch-Stücker, so setzet fornen her so viel Nullen, als Bruch-Sücker fehlen, bis das Bruch-Zeichen mit den Bruch-Zahlen überein kommt. Sind aber der Bruch-Zahlen so viel als das Bruch-Zeichen Unitäten hat, so hänget hinter die Bruch-Zahlen so viel Nullen, als Zahlen fehlen, bis einer jeden zu addirenden Reyhe ihr Bruch-Zeichen einerley sey.

IV. Wenn dieß geschehen, so addiret, wie in der gemeinen Additione auch gewöhnlich, und zu der Summma schreibet, das Bruch-Zeichen einer Reyhe herunter.

V. So viel Unitäten das Bruch-Zeichen in sich hat, so viele Zahlen schneidet von der gantzen Summa ab, zur Rechten gegen die Lincke anfangend und machet zum Unterschied ein Comma darzwischen, so werden die vor dem Commate zur Lincken stehende Zahlen die Gantzen seyn, die hinter dem Commate zur Rechten aber sind lauter Bruch-Stücker, die alle zusammen genommen nicht ein Gantzes ausmachen.

VI. Die Enumeratio geschiehet alsdann nach dem Problemate LI. nachdeme nemlich von der Mensura Lineæ, oder Quadratorum, oder Cuborum die Rede ist.

Exemplum I.

Da die Bruch-Zeichen ordentlich auf einander folgen, und in einer Reyhe so viele Bruch-Stücker sind, als in der andern;

7, 563 (2
5, 325 (2

12, 888 (2

Exemplum II.

Da die Bruch-Zahlen nicht ordentlich folgen, ohnerachtet die Bruch-Zeichen einerley sind: Ex. gr. Ich soll addiren 25 Ruthen, 6 Zoll, 7 Gran, zu 21 Ruthen, 7 Zoll, 4 Gran; weil nun hier die Bruch-Zeichen grösser als die Bruch-Zahlen, denn es stünde eigentlich so:

25, 67 (3
21, 74 (3

So ergänzet man den Mangel vornen mit einer Null, damit drey Bruch-Zahlen kommen, weil das Bruch-Zeichen 3. ist. Und da die Schuh fehlen, setzet man an statt deren Nullen, so stehet es also:

25, 067 (3
21, 074 (3

Und addiret alsdann mit Herunter-setzung eben desjenigen Bruch-Zeichens zur Summa:

25, 067 (3
21, 074 (3

46, 141 (3

Exemplum III.

Da die Bruch-Zahlen ordentlich auf einander folgen, allein eine Reyhe mehr Bruch-Stücker hat, als die andere, mithin ein Bruch-Zeichen grösser ist als das andere. Ich soll addiren 27 Ruthen, 9 Schuh, 5 Zoll, zu 12 Ruthen, 8 Schuh, 3 Zoll, 7 Gran, 8 erste Scrupel, so stünde es also:

27, 95 (2
12, 8378 (4

Dieß

Dieß können nun geübte addiren, so, wie es hier stehet, und nur hernach zur Summa NB. **das gröste Bruch-Zeichen** herunter setzen, also:

27, 95	(2
12, 8378	(4
40, 7878	(4

Allein vor Anfänger ist es besser, wenn sie die obere Reyhe hinten mit so viel Nullen erfüllen, als viel Zahlen fehlen, bis beyde Reyhen einerley Anzahl Bruch-Stücker haben, und alsdann das Bruch-Zeichen um so viele Unitäten vermehren, als viele Nullen sie hinten haben angehänget, so stehet es also:

27, 9500	(4
12, 8378	(4
40, 7878	(4

Wenn gar viele und vielerley Bruch-Zeichen habende Reyhen müssen addiret werden, so ist dieser Weg der beste, alle Confusion zu vermeyden.

Exemplum IV.

Da vornen, in der mitten und hinten Nullen darzuzusetzen, wenn richtig addiret worden, und ein jedes Bruch-Stück unter den Nahmen seines Bruch-Zeichens kommen soll. Man hat zu addiren 74 Ruthen, 6 Schuh, 5 Gran; item 9 Schuh, 2 Zoll; item 3 Ruthen, 7 Zoll, 5 Gran; item 8 Ruthen, 4 Schuh, 7 Zoll, 8 Gran, 7 erste Scrupel. Hier setze ich nun die unterste Reyhe am ersten, denn da gehen die Bruch-Stücker nach der Ordnung bis auf das kleineste nach dem grösten Bruch-Zeichen, und alsdann setze ich mit Vernunft von denen übri-

übrigen Reyhen die Gantze unter die Gantzen; wo keine Gantze sind, lasse ich es aus, hernach wo keine Schuh in einer Reyhe sind, setze ich ein Null; sind in einer andern zu addirenden Reyhe keine Zoll, setze ich ein Null dafür an deren Platz, und so fort. Endlich, wenn hinten Nullen fehlen, da einiger Reyhe Bruch-Zeichen zu klein sind, setze ich auch hinten so viel Nullen, als nöthig, damit alle Bruch-Zeichen von einerley Grösse sind, und addire alle Reyhen zusammen, und setze das Bruch-Zeichen darzu, so stehet es also:

8, 4787 (4
74, 6050 (4
9200 (4
84. 0037 (4

Nachdem nun diese Summa von einem Maaß redet, nachdem enumerire ich solche: Addire ich Lineas, so spreche ich die Summam nach der Mensura Linearum aus: Addire ich Flächen, so spreche ich die Summam nach dem Quadrat-Maaß aus; addire ich Cörper, so geschiehet die Enumeratio nach dem Cubic-Maaß.

Scholion.

Einige machen aus der blossen Additione zwey und mehrere Problemata; allein ich sehe nicht, warum man die Jugend überhäuffen soll mit Dingen, die weitläufftiger gemacht werden, als es nöthig, und die in der Kürtze begriffen noch darzu viel deutlicher behalten werden. Das gantze Kunst-Stück in der Additione bestehet darinnen, daß man die Gantzen unter die Gantzen setze, hernach die Bruch-Stücker also, daß Schuh unter Schuh, Zoll unter Zoll, etc. kommen, und wo eines fehlet, ein *Null* dafür hinsetze, zuletzt das gröste Bruch-Zeichen zur *Summa* schreibe, so ist alles geschehen, und man kan nicht irren.

Pro-

Problema LIII.

Unterschiedliche Zahlen der *Decimal*-Rechnung, so *NB.* einerley Geschlechts sind, von einander zu *subtrahiren*.

Resolutio

I. Müssen auch hier nur Linien von Linien, Flächen von Flächen, oder Cörper von Cörpern subtrahiret werden.

II. Setzet die nach denen Gantzen gerechnete kleinere unter die grössere Zahl, daß die Gantze unter die Gantzen kommen, hernach die Schuh unter Schuh, die Zoll unter Zoll, ꝛc.

III. Wo ein Bruchstück fehlet, so wohl in der obern als untern Reyhe, so erfüllet dessen Platz mit einer 0.

IV. In specie wenn die obere Zahl weniger Bruch-Zahlen hätte, als die untere, ob gleich der Gantzen oben mehr sind als unten, so hänget hinten so viel Nullen an, als Zahlen fehlen, bis beyde Reyhen einerley Bruch-Zeichen bekommen.

V. Subtrahiret alsdann gewöhnlicher massen und schreibet das Bruch-Zeichen einer Reyhe zum Rest herunter.

VI. Schneidet zuletzt von dem Rest so viele Zahlen hinten hinweg, als viele Unitäten das Bruch-Zeichen hat, und machet ein comma darzwischen, so sind die vor dem commate zur Lincken stehende Zahlen die Gantze, die hinter dem commate befindliche zur Rechten aber die Bruch-Stücker, welche nach der Subtractione übrig geblieben. Die Enumeratio geschiehet nachdeme von einem Maaß die Rede ist.

Exemplum I.

Da die Bruch-Zahlen ordentlich auf einander folgen, und einerley Bruch-Zeichen beyde Reyhen haben.

Ich soll von 24 Ruthen, 7 Schuhen, 8 Zollen, subtrahiren 7 Ruthen, 3 Schuh, 4 Zoll, was bleibt übrig? Resp 17 Ruthen, 4 Schuh, 4 Zoll, und das Exempel stehet also:

2'4, 78 (2
7, 34 (2
――――――
17, 44 (2

Exemplum II.

Da die Bruch-Zahlen nicht ordentlich auf einander folgen, ohnerachtet die Bruch-Zeichen in beyden Reyhen einerley sind.

Ich solte von 18 Ruthen, 7 Zoll, 5 Gran, subtrahiren 5 Ruthen, 4 Gran; dieß stünde schlechthin also:

18, 75 (3
5, 4 (3
――――――

Allein mehrer Deutlichkeit wegen setze ein Anfänger vor die Schuh, die in der oberen Reyhe fehlen, ein o. und vor die Schuh und Zoll, die in der unteren Reyhe fehlen, zwey o vornen an, so stehet es also:

18, 075 (3
5, 004 (3
――――――
13, 071 (3

Exemplum III.

Da die untere Zahl mehrere Bruch-Stücker hat, als die obere, und also scheinet grösser zu seyn als die obere, ohnerachtet sie in Ansehung derer Gantzen dennoch kleiner ist. Ich solte von 7 Ruthen

then 3 Schuhen subtrahiren 4 Ruthen 7 Schuh 8 Zoll 9 Gran, so stünde es schlechthin also:

7, 3 (1
4, 789 (3

Um nun subtrahiren zu können, so muß ein Anfänger zu der oberen Reyhen so viel Nullen setzen, als viele Unitäten das untere Bruch-Zeichen mehr hat als das obere, so stehet das Exempel also, wenn das obere Bruch-Zeichen mit dem unteren gleich gemacht wird:

7', 30'0' (3
4, 789 (3
2, 511 (3

Scholion.

Eben so machet man es nun, wenn man blosse Bruch-Stücker von einem Gantzen abziehen soll: Man setzet nur zu dem Gantzen so viele Nullen, als viel der Bruch-Zahlen sind, so kommt der wahre Rest heraus: Ex. gr. Ich soll von 7 Ruthen abziehen 3 Schuh 4 Zoll 5 Gran, so setzet es also:

7, 0'0'0 (3
345 (3
6, 655 (3

Bleibt im Rest nach der Mensura Lineæ 6 Ruthen 6 Schuh 5 Zoll 5 Gran. Wären die Zahlen aber von Quadrat-Maaß, oder Cubic-Maaß, so müsten sie entweder als 6 □ Ruthen 65 □ Schuh 50 □ Zoll, oder 6 Cubic-Ruthen 655 Cubic-Schuh ausgesprochen werden.

Problema LIV.

Eine Zahl durch die andere nach der *Decimal*-Rechnung zu *multipliciren*.

Resolutio.

I. Hier lassen sich Linien mit Linien multipliciren, denn so kommen Flächen heraus, oder Linien mit Flächen, so entspringen Cörper.

II. Setzet demnach die beyderley Zahlen untereinander, ohne Ansehen gleicher oder ungleicher Bruch-Zeichen.

III. Verfahret wie in gemeiner Multiplicatione auch, zu dem Product unten setzet die zwey Bruch-Zeichen des Multiplicandi und Multiplicatoris addiret.

IV. Mercket dieses darbey, wenn eine Länge mit der Breite multipliciret worden, so muß das Product nach dem Quadrat-Maaß ausgesprochen werden: Hat man aber eine Fläche durch eine Linie multipliciret, so spricht man das Product nach dem Cörper-Maaß aus.

V. Setzet, alle Verwirrung zu verhüten, allezeit gleich zu dem Producto, daß □ oder C.

*cum

1. Multiplicatio Linearum* Lineis.

Exemplum I

Ich soll 3, 2 (1 Längen-Maaß durch 2, 4 (1 Linien-Maaß als der Breite multipliciren:

3, 2 (1 Mens. Lin.
2, 4 (1 Mens. Lin.
———
128
64
———
7, 68 (2 □

Nach der Multiplicatione kommt heraus 7, 68 (2 □. das ist 7 Quadrat-Ruthen 68 □ Schuh; wenn ich demnach ein Stück Feld hätte, welches lang wäre 3, 2 (1. breit 2, 4 (1. so wäre sein Quadrat-Innhalt, 7, 68 (2 □. Der Verstand ist dieser: Wenn man eine Linie ziehet, welche 3 Ruthen 2 Schuh lang wäre und ziehet eine andere, welche an

dem

dem einen Ende der Länge perpendicular stunde und breit wäre 2 Ruthen 4 Schuh, man multiplicirte beyde durch einander, so käme eine Fläche heraus, darinnen enthalten 6 Quadrat-Ruthen 16 Riemen-Ruthen und 8 Quadrat-Schuh. Nun machen 10 Riemen-Ruthen eine Quadrat-Ruthen: Ergo bleiben von denen 16 Riemen-Ruthen 6 übrig, und die darinnen enthaltene Quadrat-Ruthen addiret zu denen 6 andern Quadrat-Ruthen, giebt das Facit 7 □ Ruthen, 6 Riemen-Ruthen und 8 Quadrat-Schuh, welches auch heraus kommt, wenn die Zahlen bloß durch einander multipliciret werden; die Figura IV. erklähret es deutlich.

Tab. II. Fig. IV.

Exemplum II.

Ziehet eine Linie von 3, 7 (1 lang, und eine zu dieser am Ende perpendicular stehende Linie 2, 4 (1 breit. Ziehet von Ruthen zu Ruthen, von Schuhen zu Schuhen creutz-weiß Linien, so kommt ein Quadrat heraus, darinnen sichtbarlich enthalten, sind 6 Quadrat-Ruthen 26 Riemen-Ruthen und 28 Quadrat-Schuh. Da nun 10 Riemen-Ruthen 1 Quadrat-Ruthen machen, so geben die 26 Riemen-Ruthen 2 Quadrat-Ruthen, addiret man diese zu denen 6 Quadrat-Ruthen, so kommen 8 □ Ruthen Ferner machen 10 □ Schuh eine Riemen-Ruthen: Ergo sind in denen 28 □ Schuhen zwey Riemen-Ruthen enthalten. Addiret man diese zu denen vorhero übrig-gebliebenen 6 Riemen-Ruthen, so bleiben 8 Riemen-Ruthen und 8 □ Schuh. Ergo hält diese Fläche 8 □ Ruthen, 8

Tab. III. Fig. V.

Riemen-Ruthen, 8 □ Schuh. Eben dieß kommet heraus, wenn man mit Zahlen die Länge durch die Breite multipliciret.

3,7 (1 Länge
2,4 (1 Breite
―――
148
74
―――
8,88 (2 □.

Exemplum III.

Ziehet eine Linie 8 Ruthen lang und eine andere am Ende auf dieser perpendicular-stehende Linie 3 Ruthen breit. Wenn ihr creutz-weiß die Theilungs-Puncte durch parallelas zusammen hänget, so entstehet eine Fläche, welche 24 □ Ruthen in sich begreift. Verrichtet man dieses Arithmetice, so kommt einerley Product heraus.

Tab. III. Fig. VI.

8 (0 lang
3 (0 breit
―――
24 (0 □.

Exemplum IV.

Ziehet eine Linie 6, 34 (2 lang, und eine andere 42 (2 breit: Vereiniget die Theilungs-Puncta creutz-weiß durch Linien, so werdet ihr finden 24 Riemen-Ruthen, 12 □ Schuh, ferner 142 Riemen-Schuh und 8 □ Zoll: Denn die schmahlen Längen-Stücker sub signis * * * 2c. sind allemal 10 Riemen-Schuh nach der Länge hingelegt. Wenn man diese Stücker reduciret, so geben erstlich die 24 Riemen-Ruthen, 2 □ Ruthen und bleiben 4 Rie-

Tab. III. Fig. VII

Riemen-Ruthen übrig. Item die 12 □ Schuh geben eine Riemen-Ruthen, und so sind ihrer 5. bleiben 2 □ Schuh im Rest. Ferner die 142 Riemen-Schuh 14 □ Schuh und 2 Riemen-Schuh. Diese wieder also reducirt, geben endlich 2 □ Ruthen 6 Riemen-Ruthen 6 □ Schuh 2 Riemen-Schuh und 8 □ Zoll zum Innhalt des Feldes. Eben dieses kommet heraus, wenn man die Länge und Breite an Zahlen mit einander multipliciret.

6, 34 (2 Länge
42 (2 Breite

1268
2536

2,6628 (4 □.

Exemplum V.

Man solte die Länge 5, 02 (2 multipliciren durch die Breite 2, 2 (1. so wird eine Fläche heraus kommen, wo die Linien creutzweiß gezogen werden, darinnen enthalten sind 10 Quadrat-Ruthen, 10 Riemen-Ruthen und 44 Riemen-Schuh, dieß machet zusammen 11 □ Ruthen 4 □ Schuh 4 Riemen-Schuh. Multipliciret man die Zahlen durch einander, so erscheinet eben dieß Productum; Tab. III. Fig. VIII.

5,02 (2 Länge
2,2 (1 Breite

1004
1004

11,044 (3 □.

II. Multiplicatio Superficierum cum Lineis.

Exemplum I.

Multipliciret erstlich die Länge 4(0. mit der Breite

te 3 (o. so giebt das Product die Fläche
Tab. III. von 12 (o □. Hierauf stellet auf das
Fig. IX. eine Ende der Fläche die Höhe 5 (o. und
num. I. multipliciret diese Höhe durch die gantze
Fläche, so giebt das Product den Cörper
num. 2. von 60 (o Cubic-Maaß. Thut man
& 3 dieses mit Zahlen, so kommt eben auch
Tab. IV. das Facit von 60 Cubic-Ruthen heraus.

4 (o Länge
3 (o Breite
———
12 (o □. Fläche
5 (o Höhe
———
60 (o C. Maaß.

Exemplum II.

Multipliciret die blossen Linien 4, 6 (1 und 2, 8 (1. so kommet die Fläche 12, 88 (2 □. Dieß Quadrat multipliciret nochmahlen mit der Dicke 3, 3 (1. so giebt das Product den Cörper am cubischen Innhalt 42, 504 (3. welches nach der Rechnung also stehet;

4, 6 (1 Länge
2, 8 (1 Breite
———
368
92
———
12, 88 (2 □. Fläche
3,3 (1 Dicke
———
3864
3864
———
42, 504 (3 C. Cörper.

Scholion.

Die Multiplicatio Cubica lässet sich am besten verstehen, wenn

wenn man einen Cubum aus einer Rüben geschnitten nimmt, theilet dessen Länge ex. gr. in 4 Schuh, seine Breite in 4 Schuh und seine Dicke in 4 Schuh und zerschneidet solchen alsdann, so wird man finden, daß 64 Cubic-Schuh heraus fallen, nicht anderst, als wenn man 4 durch 4 multipliciret, und das Productum 16 wieder mit 4 multipliciret hätte. Welche die Geometriam und Stereometriam practicam üben wollen, müssen sich besonders diese Multiplicationem Linearum cum Lineis und Superficierum cum Lineis bekannt machen.

Problema LV.

Eine Zahl durch die andere nach der Decimal-Rechnung zu dividiren.

Resolutio.

I. Setzet die Zahlen wie in der gemeinen Divisione auch gewöhnlich, ohne auf die Bruch-Zeichen zu sehen, und hänget die Bruch-Zeichen so wohl in dem Dividendo, als Divisore, hinter die Lunulas und alsdann ziehet erst, wie im dividiren gewöhnlich, die grössere Lunulam.

II. Dividiret nach der Gewohnheit, nach welcher ein jeder zu dividiren pfleget.

III. Nach der Divisione subtrahiret das untere Bruch-Zeichen von dem oberen, den Rest setzet zu dem Quotienten hinter eine Lunulam, und schneidet von dem Quotienten so viel Zahlen von der Rechten gegen die Lincke ab, als viele Unitäten das im Rest gebliebene Bruch-Zeichen hat, so sind die vor dem Commate stehende Zahlen die Gantzen, die hinter dem Commate zur Rechten aber die Bruch-Stücker.

IV. Geschiehet es, daß der Divisor mehr Zahlen hat als der Dividendus, in Ansehen der Bruch-Stücker, ohnerachtet an denen Gantzen der Di-

videndus dennoch grösser ist, so hänget zu der obern Zahl so viel Nullen, bis das Bruch-Zeichen des Dividendi so groß werde, als das Bruch-Zeichen des Divisoris, und alsdann dividiret ordentlich.

V. Bleibt nach der Divisione oben noch ein starcker Bruch übrig, und man wolte genauer es ausgerechnet wissen, so hänget dem Dividendo so viel Nullen noch an, als viel kleinere Theile man zu wissen verlanget, und zwar also, daß es endlich im dividiren aufgehet, oder doch zuletzt solche kleine Theilgen überbleiben, welche nicht mehr zu achten sind.

NB. So viel Nullen man zu dem Dividendo setzet, um so viel Unitäten muß das Bruch-Zeichen des Dividendi auch vermehret werden.

Exemplum I.

Da eine Fläche dividiret wird mit der Länge, und in dem Quotienten die Breite heraus kommet. Es sey der Dividendus die Fläche von 11 □ Ruthen 52 □ Schuhen; der Divisor sey die Länge von 2 Ruthen 4 Schuh. Nach der Divisione kommet zur Breite in dem Quotienten 4 Ruthen 8 Schuh. Setzet nun nach dem Problemate die Zahlen also:

```
          1 3
          3'9
Fläche 11, 52 (2    ( 4, 8 (1 die Breite.
 Länge  2, 44 (1
           2 Subtr.
          ------
             1
```

Exemplum II.

Da eine Fläche mit einer Breite dividirt wird,

wird, daß die Länge heraus kommt. Behaltet die vorige Zahlen, so wird eines des andern Probe seyn, und die Länge in dem Quotienten stehen.

```
             1 3
             3. 9
Fläche.  11,|52 (2  ( 2,4(1 Länge.
Breite.  4,88 (1
         |4 Subtr.
           ------
             1
```

Exemplum III.

Da ein Cörper mit der Fläche dividirt wird, daß in dem Quotienten die Dicke heraus komme. Ich hätte Ex. gr. einen regulairen Cörper, 11 Cubic-Ruthen, 5 Ruthen-Schacht, 2 Ruthen-Balcken groß, die Fläche dessen, dadurch der Cörper solte dividiret werden, wäre 4 Quadrat-Ruthen und 8 Riemen-Ruthen. Dividiret den Cörper durch diese Fläche, so wird sich in dem Quotienten zeigen, wie weit die eine Fläche von der andern ihr entgegen gesetzten Fläche dieses Cörpers abstehe, das ist, wie dick der Cörper sey?

```
               1 3
               3. 9
C. Maaß.    11, 52 (2  ( 2,4(1 Dicke des Cörpers.
□ Maaß.     4, 88 (1
           ----------
             4   1
```

Ergo ist die Dicke des Cörpers 2 Ruthen, 4 Schuh, nach der Mensura Lineæ.

Exemplum IV.

Da ein Cörper mit der Dicke dividirt wird, und in dem Quotienten die Fläche heraus kommet. Es sey eben der vorige Cörper; Ich wüste seinen

cubi-

cubischen Innhalt 11,52 (2 C. man gäbe mir auch die Dicke des Cörpers, 2,4 (1. Ich solte finden die Fläche des Cörpers, die zwischen der Dicke oben und unten stünde. So dividiret nur 11,52 (2 C. durch 2,4 (1. so kommt die Fläche, 4,8 (1 □.

```
 1 3
 3 9
11,52 ( 2 C.  ( 4,8 ( 1 □. Fläche des Cörpers.
 2,44 ( 1
  2     1
```

Exemplum V.

Wenn der Dividendus an Zahlen kleiner wäre als der Divisor, in welchen Fall man Nullen zu dem Dividendo setzet, und des Dividendi Bruch-Zeichen um so viel Unitäten vergrössert, als Nullen angehängt worden, bis NB. die Bruch-Zeichen der oberen und unteren Zahl einerley werden. Man begehret von mir, ich solte die Fläche von 5 Quadrat-Ruthen dividiren mit 2,5 (1 Mensuræ Lineæ, so werffe ein Null zu denen 5 □ Ruthen, damit die Bruch-Zeichen einerley werden, und dividire:

```
                 1
□ Maaß.   5,0 ( 1   ( 2 ( 0 Linien-Maaß.
Lin. Maaß. 2, 5 ( 1
```

So kommt in dem Quotienten 2 (0. Wenn nun der Divisor 2,5 (1 die Länge ist gewesen, so bedeutet der Quotient 2 (0. die Breite. Wäre aber der Divisor 2,5 (1 die Breite gewesen, so bedeutet der Quotient die Länge.

Exemplum VI.

Ich hätte eine Fläche zu dividiren mit der Länge, oder mit der Breite, wie man will, ich sehe aber

daß

daß mir nach der Divisione ein ungeschickter Bruch übrig bleibet, dahero werffe ich gleich etliche Nullen noch mehr hinten hin zu dem Dividendo, und verstärcke auch des Dividendi Bruch-Zeichen nach der Anzahl der hinzu geworffenen Nullen, und dividire alsdann nach dem Problemate. Ex. gr. Ich solte 5,63(2 □ dividiren durch 8(1 Längen-Maaß, so stünde es also:

5,63(2 □ (7,0(1
88(1

Hier bleibet noch ein starcker Bruch übrig; Von diesem nun noch die kleineren Decimal-Stücke zum Quotienten zu bringen, so hänget noch vier Nullen an, und machet aus dem Bruch-Zeichen des Dividendi (2 das Bruch-Zeichen (6 und dividiret.

64
5,63.0000(6 □ (70375
88888(1

Weilen es nun in der Divisione mit der dritten Null aufgehet, mithin man nur drey angehängte Nullen gebraucht hat, so wird das Bruch-Zeichen (6 um eines wieder verringert (5. Und nun subtrahiret das Bruch-Zeichen des Divisoris (1. von dem Bruch-Zeichen des Dividendi (5. bleibt (4. so stehet es also:

64
5,63000 (5 | 7,0375(4
88888 (1 |
4

Wäre also der Quotient 7 Ruthen, Null Schuh, 3 Zoll, 7 Gran, 5 erste Scrupel, Mensuræ Lineæ, vor die Breite des Feldes, wenn der Divisor die Breite bedeutet.

Scho-

Scholion I.

Es ist gesagt worden, daß man das obere Bruch-Zeichen um so viel Unitäten vergrösseren müsse, als viele Nullen man hinten angehängt. Nun ist noch zu mercken, wenn es niemahl in einem Exempel aufgehet, da man Nullen hinten angehänget, so dividiret man eben so lange fort, bis in dem Quotienten so kleine Theile kommen, die vor gar nichts mehr geachtet werden, und lässet es dabey bewenden.

Scholion II.

Diese gantz schwührig-scheinende Divisionem besser annoch zu erklähren, so setze ich folgende Figuren Tabula IV.

I. Man bilde sich ein, ich hätte die Fläche A B C D. welche in ihrem superficial-Innhalt hielte 11, 52 (2 □. die Länge wäre 4, 8 (1. Mensuræ Lineæ, die Breite 2, 4 (1 Mens. Lin. So stecken in diesem flachen Feld 8 Quadrat-Ruthen, 32 Riemen-Ruthen und 32 Quadrat-Schuh. Diese machen reducirt 11, 52 (2 □. Wenn ich nun diese Fläche dividire mit der Länge A B 4, 8 (1. so kommt in dem Quotienten die Breite von dieser Fläche B C. 2, 4. (1. oder dividire ich diese Fläche mit der Breite B C. 2, 4 (1. so kommt die Länge AB. 4, 8 (1.

Tab. IV. Fig. X.

So gehet es nun mit der Divisione in allen Flächen. Wenn mir also jemand den □ Innhalt eines regulairen Stück Feldes giebt, sammt dessen Länge, sagete mir aber nicht wie breit es wäre, so kan ich durch die Divisionem der Flächen mit der Länge die Breite gleich finden. Und umgewendet lässet sich die unbekannte Länge auch gleich finden, wenn die Fläche mit der Breite dividiret wird.

So gehet es auch mit denen Cörpern: Wenn ich den Innhalt eines Cubi oder Parallelepipedi habe, und die Fläche dessen weiß, so kan ich gleich per Divisionem wissen, wie dick der Cörper seyn müsse, mithin welche Höhe ich zu ziehen habe auf die Fläche, daraus alsdann ein Cörper erwachse, der just den gegebenen Cubischen Innhalt habe. Ex. gr. Es hielte ein Cubus just 1728. Cubic-Ruthen, die Fläche dessen hielte 144 Quadrat-Ruthen: Dividiret man den Cörper 1728 (0 C. durch 144 (0 □. so giebt der Quotient 12 (0 zur Dicke nach der Mensura Lineæ; das ist, es zeiget mir der Quotient, wenn man auf eine Fläche von 144 (0 □ eine Linie auf-

Tab. IV. Fig. XI. num. 1. 2. 3.

aufrichtet 12 (o. hoch und multipliciret mit dieser Linie die Fläche, so käme ein Cörper heraus, der 1728 (o C. in sich hielte.

Oder, wenn ich diesen Cubum wüste, daß er 1728. Cubic-Ruthen hielte, ich hätte auch die Höhe dieses Cubi, die 12 Linien-Ruthen hoch wäre, ich solte finden wie groß eine Fläche dieses Cubi an □ Maassen wäre, so wendet es um, dividiret 1728 (o C. durch 12 (o so kommt zum Quotienten 144 (o □. so groß wird die Fläche des Cubi seyn.

Scholion III.

Dieß sey genug von der Divisione nach der Decimal-Rechnung; welche Feldmessere oder Ingenieurs werden wollen, müssen sich diese Divisionem samt der Multiplicatione wohl bekannt machen. Uberhaupt aber will ich dieses als ein special-Notamen angehänget haben, um sich mit denen Bruch-Zeichen nicht zu confundiren, wie ich bey vielen Anfängern wahrgenommen, daß sie zuletzt nicht wusten, wenn sie addirt oder multiplicirt, subtrahirt, oder dividirt hatten, was sie mit denen Bruch-Zeichen thun solten. Man mercke demnach folgendes:

I. Wenn man addiret oder subtrahiret, so setzet man nur dasjenige Bruch-Zeichen wieder herunter, welches hinter einer Reyhe stehet: denn es wird in beyden Speciebus ein Bruch-Zeichen so groß seyn als das andere, weilen die leeren Stellen mit Nullen ersetzet werden. Wenn man aber geübter wird, und addiret oder subtrahiret mit ungleichen Bruch-Zeichen, so setzet man allemal das gröste Bruch-Zeichen herunter zum Facit.

II. Wenn man multipliciret, so addiret man die Bruch-Zeichen des Multiplicandi und Multiplicatoris, und setzet ihre Summam herunter zum Product, als das neue Bruch-Zeichen.

III. Wenn man dividiret, so subtrahirt man das Bruch-Zeichen des Divisoris von dem Bruch-Zeichen des Dividendi, und setzet den Rest als das neue Bruch-Zeichen.

IV. Wenn man Radicem Quadrati extrahiret, so dividiret man das Bruch-Zeichen zuletzt mit 2. Extrahirt man Radicem Cubi, so wird das Bruch-Zeichen mit 3. dividiret: der Quotient giebt im ersten Fall das neue Bruch-Zeichen zum Radice Quadrati, in dem andern Fall zum Radice Cubi; wie folgendes Capitul lehren wird.

CAPUT IV.

Von der Extractione Radicis Quadrati und Cubi, nach der Decimal-Rechnung.

Problema LVI.

Den *Radicem Quadrati* aus einer angegebenen Zahl nach der *Decimal*-Rechnung zu *extrahiren*.

Resolutio.

I. Setzet die Zahlen in ihrer Ordnung, wie sie gegeben worden, sammt ihren Bruch-Zeichen, und punctiret NB. erstlich die Gantzen von der Rechten zur Lincken; hernach fanget bey die Gantzen wieder an, und punctiret von der Lincken gegen die Rechte die Bruch-Zahlen ordentlich also:

1194, 3936(4 (

Nun fanget bey 4 wieder an und punctiret von der Lincken zu der Rechten also:

1194, 3936(4 (

II. Extrahiret nunmehro den Radicem ordentlich, wie oben gelehret worden, durch die Zahlen alle, so stehet es also:

```
 4
238  14
1194,39356(4(3456
 .  .   .  .
964 | | | |
  4 | | | |
--- | | | |
256 | | | |
  | | | | |
  6  85 | |
      5 | |
------- | |
 34 25  | |
     |  | |
    6909  |
       6  |
    ------
   41436
```

III. Dividiret nunmehro das Bruch-Zeichen (4 mit 2. so giebt der Quotient 2. das neue Bruch-Zeichen zum Radice, und stehet also: 34,56 (2.

Scholion I.

Wenn das Bruch-Zeichen ungleich wäre, so muß man allemal noch ein Null darzu setzen, weil die letzte Zahl allezeit ein Punct haben muß. Ex. gr. Ich solte Radicem extrahiren aus 1194, 39365 (5. so stünde es also: 1194,39365 (5. Nun hätte aber die letzte Zahl kein Punct, welches doch ein essential. nothwendig Stück ist: Ergo hänget ein Null an, so stehet es also:

1194,393650 (6 (.

Scholion II.

Geschiehet es, daß es im extrahiren nicht aufgehet, so hänge ich so vielmal zwey Nullen wieder an, als viel kleine Bruch-Stücker ich noch haben will. Ex. gr. Ich hätte ein Stück Feld, dessen Innhalt wäre 456,76756 (5 □. Da nun diese Zahl in dem punctiren zuletzt kein Null bekäme, denn ich punctire ja erstlich die Gantzen von der Rechten zur Lincken,

hernach die Bruch-Zahlen von der Lincken zur Rechten, bey dem letzten Gantzen anfangend, so hänge erstlich ein Null an, so stehet sie also: 456,767560 (6 weil ich nun sehe, daß nach der Extractione ein Rest übrig bleibet, so hänge noch 4 Nullen an, und vermehre das Bruch-Zeichen auch um 2 Unitäten, so stünde die Zahl also: 456,7675600000 (10 und nach der Extractione käme zum Radice 21,37212 (5.

Scholion III.

Solten Zahlen gegeben werden, da die Bruch-Zeichen nicht ordentlich folgen, so müssen die darzwischen fehlende Plätze mit Nullen erfüllet werden; wiewohl in meiner Methode dieß ohnedem allezeit von selbsten sich ergiebet, daß man nicht fehlen kan: Ex. gr. Ich solte aus der Zahl 81,176 (5 extrahiren, so stünde die Zahl richtig also: 81,00176 (5 □. und wenn sie punctirt worden, stünde sie, weil das Bruch-Zeichen ungleich, also: 81,001760 (6 □.

Käme es aber daß es hieß, ich solte aus 81 □ Ruthen 7 Quadrat-Schuhen und 90 Quadrat-Gran den Radicem extrahiren, so setzet man nur behutsam in die leeren Plätze Nullen, und zwar also: Es ist hier die Rede von dem Quadrat-Maaß; dieses hat nun ein Zwischen-Maaß, nemlich die Riemen-Ruthen: Ergo setze ich ein jedes Zeichen von dem ersten bis auf die Quadrat-Gran in ihrer Ordnung her.

I	II	III	IV
Riemen-Ruthen	□ Schuh	Riemen-Schuh	□ Zoll

V	VI
Riemen-Zoll	□ Gran

Nun trage ich meine gegebene Zahlen unter diejenige der Reyhen, unter welchen Bruch-Zeichen sie benahmet worden, und die leeren Plätze erfülle mit Nullen also:

I	II	III	IV
Riemen-Ruthen	□ Schuh	Riemen-Schuh	□ Zoll
0	7	0	0

V	VI
Riemen-Zoll	□ Gran
9	0

Demnach wenn ich aus 81 □ Ruthen 7 □ Schuh 90 □ Gran extrahiren soll, so stünde die wahre Zahl also: 81,070090 (6.

Pro-

Problema LVII.

Auf dem *Proportional-Circul* die *Radicem Quadrati* zu *extrahi*ren.

Resolutio.

I. Wenn die *Quadrat*-Zahl die *Lineam Geometricam* nicht übertrifft.

I. Es sey die Zahl 64 □. hieraus soll auf dem Proportional-Circul der Radix gefunden werden, so nehmet die Zahl 64. traget sie directe in die Lineam Arithmeticam.

II. Diese Weite traget mit dem Hand-Circul auf die Lineam Geometricam transversim von 64 zu 64.

III. Nehmet mit unverrückten Proportional-Circul die Weite von 1 zu 1. auf der Linea Geometrica, und traget diese auf die Arithmeticam Lineam von Centro aus, so wird solche in 8 einschlagen, dieß ist der Radix von 64.

NB. Wenn die Quadrat-Zahl nur aus zweyen Zahlen bestehet, so nimmt man allemal die Weite von 1 zu 1. auf der Linea Geometrica zum Radice: Wenn die Quadrat-Zahl aber aus vier Zahlen, oder deutlicher aus zwey Punctis bestehet, so nimmt man zuletzt allemal die Weite zwischen 100 und 100. auf der Linea Geometrica.

II. Wenn eine *Quadrat*-Zahl gegeben wird, welche 10000. nicht übertrifft.

I. Es sey die gegebene □ Zahl 1000. daraus soll Radix Quadrati extrahiret werden.

II. Nehmet auf der Linea Arithmetica directè 10, als die erste punctirte Zahl, und stellet solche in die Lineam Geometricam transversim auch aus 10 auf 10.

III. Lasset den Proportional-Circul unverrückt, und nehmet die Weite von 100 zu 100. auf der Linea Geometrica, aus Ursach, weilen man zwey Zahlen zur Radical-Zahl bekommet.

IV. Traget diese Weite von 100 zu 100. in die Lineam Arithmeticam directè, so wird solche 31 und etwas drüber geben, welches der nächste Radix ist.

III. Wenn eine □ Zahl gegeben, welche nicht über 1000 000 ist.

I. Ich hätte ein Stück Feld 876235 □°. Hier befinden sich drey Puncta in der Zahl, Ergo werden drey Zahlen zur Wurtzel kommen.

II. Demnach nehmet auf der Linea Arithmetica die erste punctirte Zahl 87. von dem Centro aus, und für die dritte Zahl 6. nehmet zwischen 87 und 88 so viel weiter fort, als ihr glaubt daß es $\frac{6}{10}$ eines Theils ausmache, so habt ihr genommen 87,6(1.

III. Traget diese Weite 87, 6(1. auf die Lineam Geometricam transversim zwischen 87 und 87, und gebet wieder so viel weiter zu, als die Zahl 6 austragen mag zwischen 87 und 88. transversim.

IV. Lasset den Proportional-Circul unverruckt und nehmet die Weite zwischen 100 und 100 auf der Linea Geometrica: Diese Weite auf der Linea Arithmetica ausgemessen giebt 93$\frac{6}{10}$. oder 93,6(1.

V. Weilen nun aber drey Zahlen zur Radice heraus kommen sollen, so saget man 936 sey der näheste Radix des Quadrati.

Problema LVIII.

Nach der *Decimal* Rechnung aus einer gegebenen Zahl den *Radicem Cubi* zu *extrahiren*.

Re-

Resolutio.

I. Verrichtet alles, wie in dem Problemate LVI. gelehret worden, nur mit dem Unterschied, daß man hier allezeit zwey Zahlen in dem punctiren überhüpffe, weil von Cubis die Rede, welche drey Zahlen unter ein Punct brauchen, weil der Cubus eine Höhe, eine Breite und eine Länge hat, da das Quadrat nur zwey Zahlen zu einem Puncto nimmt, indeme solches nur eine Länge und eine Breite hat.

II. Die Gantzen werden von der Rechten zur Lincken, die Bruch-Zahlen von der Lincken zur Rechten punctirt, bey dem letzten Gantzen den Anfang machend.

III. Wenn die gantze Extractio Cubica geschehen, so dividiret das Bruch-Zeichen mit 3. so giebt der Quotient das neue Bruch-Zeichen, welches zum Radice gesetzet werden muß.

IV. Wenn hinten zur Rechten die letzte Zahl kein Punctum bekommet, so hänget ein oder zwey Nullen an, nachdeme nemlich noch eine oder zwey Zahlen fehlen, bis wieder drey Zieffern zusammen gerechnet mit der letzten ein Punct haben.

V. Gehet es in der Extractione nicht auf, so hänget so vielmal drey Nullen weiter hinten an, als viel kleinere Bruch-Theile ihr noch heraus bringen wollet. Vermehret aber auch alsdann das Bruch-Zeichen um so viel Unitäten, als viel Nullen angehänget worden.

Exemplum.

Man solte aus der Cubic-Zahl 190 Cubic-Ruthen, 410 Cubic-Schuh, 4 Schuh-Schacht und 8

Schuh-Balcken, den Radicem extrahiren, so punctiret erstlich die Gantzen von der Rechten zur Lincken, hernach die Bruch-Zahlen von der Lincken zur Rechten, bey dem letzten Gantzen anfangend, und weilen die allerletzte 8 kein Punct bekommet, so setzet ein Null daran, und die völlige Zahl wird also stehen, mit ihren Punctis und Bruch-Zeichen:

190,410480 (6 (

Extrahiret nunmehro gewöhnlicher maassen den Radicem Cubi.

```
      301
    65 2 17605
  190,4 10480 (6 (  5,75 (2
  125
      15
     75
      7
    -----
    525
     735
      343
  -------
   60193
        171
     9747
         5
  -------
    48735
      4225
        125
  ---------
    4915875
```

Anjetzo dividiret das Bruch-Zeichen (6. mit der Zahl 3. so giebt der Quotient 2. das neue Bruch-Zeichen zum Radice, daß also der nächste Radix Cubi ist 2 Ruthen 7 Schuh 5 Zoll Mens. Lin.

Wolte man auch aus dem übrigen Rest 301605 die kleineren Theilgen heraus bringen, die noch zum Radice gehörten, so müste man so vielmal drey Nullen noch hinten zu der Cubischen Zahl setzen, als viel kleinere Theilgen annoch solten heraus kommen: Ich meyne um die Gran zu erfahren, wie viel noch zum Radice kämen, hängete man drey Nullen; um die erste Scrupel zu erfahren wieder drey Nullen, ꝛc. an.

Scholion.

Der gantze Haupt-Unterschied zwischen dem ordentlichen extrahiren, und zwischen der Extractione in der Decimal-Rechnung bestehet darinnen:

I. Punctirt man die Gantze allein von der Rechten zur Lincken; hernach die Bruch-Zahlen von der Lincken zur Rechten, NB. bey dem letzten Gantzen anfangend.

II. Wenn die letzte Zahl kein Punct hat, so wirfft man ein oder zwey Nullen an, nachdeme es nöthig ist, damit die letzte Ziffer ein Punct bekomme.

III. Muß allemal das Bruch-Zeichen so groß seyn, als viele Bruch-Zahlen da sind.

IV. Nach der Extractione dividiret man das Bruch-Zeichen in der Quadrat-Rechnung mit 2. in der C. Rechnung mit 3. Den Quotienten setzet als das neue Bruch-Zeichen zum Radice, und schneidet so viele Zahlen von dem Radice durch ein Comma ab, als viel Unitäten das Bruch-Zeichen hat.

Problema LIX.

Auf dem *Proportional-Circul* den *Radicem Cubi* zu *extrahi*ren.

Resolutio.

Wenn Zahlen vorkommen, welche 100 nicht übertreffen.

I. Erwählet euch zum voraus eine Cubic-Zahl: Ex. gr. 64. dessen Radicem 4. ihr wisset, nehmet von der Linea Arithmetica directe an statt 4. die Zahl 40. und traget sie in die Lineam Cubicam transversim aus 64 auf 64.

II. Lasset den Proportional-Circul in solcher Oeffnung, so könnet ihr aus allen Zahlen, die 100 nicht übersteigen, die Cubic Wurtzel augenblicklich haben.

Ex. gr. aus 27 den Radicem zu finden, so nehmet die Weite von 27 auf 27. auf der Linea Cubica, traget solche in die Lineam Arithmeticam directe, sie wird einschlagen in 30. Ergo ist 3. der Radix cubica NB. weil man statt 4 hat 40 genommen, so giebt auch 30 alsdann nur 3. Item der Radix aus 81. ist, wenn man 81 auf der Linea Cubica transversim genommen, und auf der Arithmetica Linea ausgemessen hat vom Centro aus, 43. das ist 4 und $\frac{3}{10}$ weil statt 4 auch 40 in der ersten Oeffnung des Proportional-Circuls angenommen worden.

Nota.

Wenn man eine *Cubic*-Zahl *punctiret*, so sehe man nur wie viel Zahlen das erste *Punct* bekommet: Sind es nur zwey Zahlen, wie in 64 und 81. so gebraucht man 40 statt 4. den *Proportional-Circul* gehörig zu eröffnen, und stellet diese Weite alsdann in 64. und suchet hierauf in solcher Oeffnung aller andern bis auf 100 steigenden *Cubic*-Zahlen ihre *Radices*. Sind nun aber die Zahlen über 100, so gebraucht statt 10 auch 100. und stellet solche zwischen 100. so ist das so viel als 1000.

Scho-

Scholion.

Wenn derer Zahlen mehr als drey sind, das ist, wenn die cubische Zahl über 100. oder über 1000. oder 100000. oder 1000000. gehet, so ist es von mehrerer incommoditè, und da solche Arbeit richtiger durch die Rechnung gefunden wird, so übergehe solches billig, und verweise den Leser auf des Scheffelts Unterricht vom *Proportional-Circul*, worinnen man weitläufftig diese Arbeit beschrieben finden kan.

CAPUT V.

Von der Regula de Tri simplice und composita, directa und inversa nach der Decimal-Rechnung.

Problema LX.

In der *Decimal*-Rechnung durch die *Regulam de Tri directam simplicem* die vierdte *Proportionalem* zu finden.

Resolutio.

I. Setzet die drey gegebenen Sätze mit ihren Bruch-Zeichen, wie sonst auch in der Regula de Tri gewöhnlich.

II. Multipliciret die zwey hinteren Sätze durch einander, und setzet die beyde Bruch-Zeichen addiret herunter zu dem Producto.

III. Dividiret das Productum durch den ersten Satz, und subtrahiret das untere Bruch-Zeichen von dem oberen; Setzet den Rest zu dem Quotienten, als das neue Bruch-Zeichen, so ist die Quarta proportionalis gefunden.

Exemplum.

Ich habe zwey recht-winckliche Triangul, die einander durchgehends ähnlich sind, a b c
Tab. IV. und d e f. Mithin sind auch ihre Sei-
Fig. XII. ten in einerley Proportion gegen einan-
num. 1. 2. der. In dem kleineren Triangul a b c. wären alle drey Seiten bekannt, in dem grössern Triangul d e f. wüste ich nur allein die Hypothenusam d e. fragt sichs wie groß ist die Basis d f. und der Cathetus e f. des grössern Trianguls.

Procediret nun also, und saget nach der Regula de Tri: **Wie sich verhält die** *Hypothenusa, a b.* **zu ihrer** *Basi, a c.* **so verhält sich die** *Hypothenusa, d e.* **zu ihrer** *Basi, d f.* **die man erfinden soll.** Dieß stünde nun also:

Hypoth. ab	Basis a c	Hypoth. d e.
5 (1	3 (1	7 (1 ?
		3 (1
		21. (2

21 (2. (4 (1.
5 (1
1

Und weil hier ein Bruch in dem dividiren übrig bleibet, so hänget Nullen an und dividiret, so wird heraus kommen 42 (2.

210 (3 (42 (2
55 (1
2

Demnach ist die Basis an dem kleineren Triangul groß 4 Schuh 2 Zoll.

Saget ferner: **Wie sich verhält die** *Hypothenusa a b,* **zu ihren** *Catheto b c,* **so verhält sich die** *Hypothe-*

thenusa de. zu ihrem *Catheto ef.* den man finden soll. Nach der Regula de Tri stehet es also:

Hypoth. ab — Cathet. bc — Hypoth. de

5(1 ——— 4(1 ——— 7(1.

4(1
———
28(2

3
~~28~~(2
~~5~~(1 | 5(1.
———
1

Hänget abermal 1 Null an, weilen ein Bruch übrig bleibet, so wird zur wahren Länge des Catheti ef, heraus kommen 56(2.

3
~~280~~(3 | 56(2.
~~55~~(1
———
2

Scholion.

So verfähret man auch, wenn an statt der Hypothenusæ die Basis oder der Cathetus alleine bekannt wäre. „Ich nehme nur allemal diejenige Seite des Trianguls (dessen drey „Seiten bekannt sind,) zum ersten Satz, welcher gleichen Nah„men mit derjenigen Seiten hat, welche mir in dem andern „Triangul alleine bekannt ist.

Problema LXI.

In der *Arithmetica Decimali* nach der *Regula de Tri simplice inversa* die *Quartam Proportionalem* zu finden.

Resolutio.

I. Sehet am ersten wohl auf die Sätze oder Terminos, ob auch eine Inversio in der That da sey, oder nicht.

II. Findet ihr eine wahrhaffte Verkehrung, daß es heisset: **Um so viel der erste Satz kleiner ist als der dritte, um so viel ist der andere grösser als der vierdte; Oder: Um so viel der**

der erste Satz grösser ist als der dritte, um so viel ist der andere kleiner als der vierdte, so procediret wie sonst auch in der Regula de Tri inversa.

III. Multipliciret nemlich die zwey fordern Sätze, und das Productum dividiret durch den dritten Terminum, und addiret in der Multiplicatione die Bruch-Zeichen, in der Divisione subtrahiret solche von einander, so ist die vierdte Proportionalis gefunden.

Exemplum.

Ich und mein Bruder haben zwey Aecker von einerley Innhalt: Mein Acker wäre lang 100 Ruthen, breit 80 Ruthen: Mein Bruder sagt, sein Acker sey lang 97 Ruthen. Fragt sichs, wie breit muß er seyn, da er doch am superficial-Innhalt gleich groß ist mit dem Meinigen? Resp. Es folget nothwendig, die unbekannte Breite müsse grösser seyn, als an dem andern bekannten Feld die Breite ist: Denn nach der Regula de Tri heisset es; **Wie sich verhält die Länge meines Ackers zu seiner Breite, so verhält sich die Länge meines Bruders Ackers zu seiner Breite**; da nun beyde Aecker einerley Grösse haben, und aber mein Acker 100 Ruthen lang, meines Bruders Acker aber nur 97 Ruthen lang, so folget nothwendig, daß sein Acker desto breiter seyn müsse, weil er an der Länge kürtzer als meiner. Da nun mein Acker 80 Ruthen breit, muß sein Acker mehrere Ruthen breit seyn, damit in beyden Feldern doch wiederum einerley Quadrat-Maaß heraus komme. Demnach muß ich nach der Regula inversa also sagen: **Um so viel mei-**

meines Ackers Länge 100 Ruthen grösser ist, als meines Bruders Ackers Länge 97 (0. Um so viel muß meines Feldes Breite 80 (0 kleiner seyn, als meines Bruders Feldes Breite.

Länge	Breite	Länge
100 (0	80 (0	97 (0.
80 (0		
8000 (0.		

8000 (0. Hänget gleich noch vier Nullen an in der Divisione, und dividiret also:

```
        1.
        4 7. 4. 2. 2
      2 6. 0. 9. 5. 4.
      8 4 6 2 1 2 6
      8 0 0 0 0 0 0 0 0 (4 | 82,4742 (4
      9 7 7 7 7 7 7
        9 9 9 9 9
```

Demnach wird meines Bruders Acker breit seyn 82,4742 (4. da mein Acker nur 80 (0 breit ist.

Scholion.

Ob es wahr sey, daß meines Bruders Acker 82,4742 (4 breit sey gegen der Länge von 97 (0. weil mein Acker 80 (0 breit gegen der Länge von 100 (0. beweiset sich daraus: Es sollen beyde Aecker einerley superficial-Innhalt haben; demnach muß einerley heraus kommen, wenn die Länge 100 (0 mit der Breite 80 (0 multipliciret wird, und wenn man die Länge 97 (0 mit 82,4742 (4 multipliciret und zu dem letztern Product den Rest, der nach der Divisione übrig geblieben, darzu addirt.

100(0 Länge	82,4742(4 Breite
80(0 Breite	97(0 Länge
8000(0 □.	5773194
	7422678
	26 Rest.
	8000,0000(4 □.

Da nun überall 8000(0 □ heraus kommen, und also beyde Aecker gleichen Innhalt haben, so muß die gefundene Breite des Ackers meines Bruders 82,474 (4 die wahre Breite seyn; und daß der kleine Rest von 26 Quadrat-Zoll, der in der Divisione übrig geblieben, nicht viel inportire, siehet man daraus: Wenn die Länge 97(0 durch die Breite 82,4742(4 die nach der Divisione heraus kam, mutiplicirt wird, so kommet 7999 □ Ruthen, 99 □ Schuh und 74 □ Zoll heraus. Addiret man die 26 □ Zoll, die in der Divisione übrig geblieben, so kommen 8000 □ Ruthen heraus. Wie nun 26 □ Zoll auf dem Feld für nichts geachtet werden; also ist in der That auf das allernächste die wahre Breite des Ackers meines Bruders gefunden worden.

Problema LXII.

In der *Decimal*-Rechnung durch die *Regulam dupli*, oder mit fünff *Terminis* zu rechnen, welches in der *Fortification* gar gebräuchlich.

Resolutio.

I. Werden zwey Sätze vornen, und zwey Sätze hinten unter einander gesetzet.

II. Multipliciret vornen und hinten die zwey unter einander stehende Terminos durch einander; (oder multipliciret creutz-weiß eine durch die andere, wie bald soll gewiesen werden.)

III.

III. Wenn diese Vor-Arbeiten geschehen, so procediret alsdann durch die ordentliche Regulam de Tri, mithin ist die Regula dupli zweyerley: Entweder werden **die unter einander stehende zwey Sätze durch einander** *multiplicir*et, oder **die hinteren und vordern Sätze werden durch einander creutz-weiß** *multiplicir*et.

Exemplum I.

Da die unter einander gesetzte *Termini* **gleich durch einander** *multiplicir*t **werden.**

In einer Vestung arbeiten 3 Mann in 1 Tag 7 Schacht Erden, wie weit kommen 151 Mann in 180 Tagen? Hier werden nun die *Termini* also unter einander gesetzt:

3 Mann		151 Mann
1 Tag	- 7 Schacht -	180 Tag.
3.		12080
		151
		27180

Da nun die vorderen Sätze und die hintern durch einander multipliciret worden, so operiret nunmehro nach der Regula de Tri ordentlich, denn es ist so viel, als wenn es also stünde:

3 - 7 - 27180

7

190260

33

~~190260~~ (63420 Schacht. So viel arbeiten

33333

151 Mann in 180 Tagen.

Exemplum II.

Da die unter einander stehende Sätze creutz-weiß durch einander *multiplicir*et **wer- den.**

Es

Es sey das vorige Exempel wiederum: Man sage aber also: **In einem Tag 7. Schacht zu graben muß man drey Soldaten haben, wie viel Zeit und wie viel Männer braucht man, die gantze Vestung zu verfertigen?** Resp. der Cubic-Innhalt des gantzen Grabens, wie viel Erde aus demselben an den Wall zu bringen, muß fordersamst bekannt seyn, nach der Decimal-Rechnung. Es sey nun der cörperliche Innhalt der aus dem Graben zu schaffender Erden 63420 Schacht, da ein Schacht entweder 100 Cubic-Schuh nach der 10 theiligen Ruthen, oder 144 Schuh nach der 12 theiligen Ruthen hält, so stehet es also:

1 Tag - - 3 Mann - - 180 Tag
7 Schacht 63420 Schacht
180 1
1260 63420

Nun operiret wieder nach der ordentlichen Regula de Tri, und bildet euch ein die Sätze stünden nunmehro also:

1260 - - 3 - - 63420
3
190260

1
61
7.4
190260
126660 | 151 Männer
122
1

Demnach braucht man 151 Mann, wenn 63420 Schacht sollen ausgeführet werden, da 7 Schacht in einem Tag drey Männer arbeiten. Nun fragt sichs

sichs aber auch, wie viel Tage gehen dann darauf, bis die 63420. Schacht von 151 Mann ausgegraben werden? Sprechet demnach also: **Drey Mann arbeiten 7 Schacht in 1 Tag: wie viel Tag gehen darauf, wenn 151 Männer 63420 Schacht aufwerffen sollen?** Dieß stehet also:

3 Mann - - 1 Tag - - 151 Männer
7 Schacht 63420 Schacht
151 3
1057 190260

4
8 5 5
1 9 0 2 6 0 | 180 Tag. Diese werden er-
1 0 5 7 7 7 | fordert.
1 0 5 5
1 0

Ist also eine Operation der andern ihre Probe, daß man richtig gerechnet habe.

Problema LXIII.

Zu wissen, zu welcher *Regula Dupli* **ein jegliches vorkommendes** *Exempel* **gehöre.**

Resolutio.

I. Müssen die **Schacht**- oder *Cubic*-**Schuh** entweder **unten**, oder in **der mitten** stehen: Stehen sie unter dem ersten und letzten Satz, so muß das Exempel Creutz-weiß multipliciret werden: Stehen sie aber in der Mitte, so werden die unter einander stehende Sätze mit sich selbst multipliciret.

II. Es können zwar auch die Schachte **oben** stehen, in dem vordersten und hintersten Satz, NB. wenn **Tage** vorkommen; Allein alsdann rechnet man zuletzt nach der Regula de Tri inversa, wenn nemlich

lich die erste Vorarbeit der Multiplication geschehen.

III. Demnach mercket nur folgendes.

Erstlich: Stehen die **Schachte in der mitten**, so gilt die erste Regula dupli, da man die unter einander stehende Sätze unter sich multipliciret und alsdann nach der Regula de Tri directa folgend operiret.

Zweytens: Stehen die **Schachte unten** in dem ersten und dritten Satz, so gilt die andere Regula dupli, da man Creutz-weiß die unter einander stehende Sätze multiplicirt, und alsdann nach der Regula de Tri directa procediret.

Drittens: Wo die Schachte **oben, vornen und hinten**, so multipliciret man erstlich Creutz-weiß, und hernach operiret man nach der Regula de Tri inversa.

Scholion.

Mehrer Deutlichkeit wegen setze ich noch ein Exempel, nach diesen dreyfachen Conditionen des Problematis ausgerechnet: Ich habe eine Machine, durch diese kan ich in 1 Tag mit 12 Kerls 180000 Cubic-Schuh aus dem Graben führen; Nun habe ich überhaupt aus einer Vestung auszuführen 63420000 Cubic-Schuh, und ich solte in 12 Tagen fertig werden, fragt sichs, wie viel Soldaten brauche ich? Resp. Wir wollen es auf dreyerley Art ausrechnen.

Exemplum I.

Da die *Cubic*-Schuh unten in dem ersten und dritten Satz stehen.

Saget: In einem Tag führen 180000 *Cubic*-Schuh 12 Mann hinweg, wie viel Soldaten brauche ich, wenn in 12 Tagen 63420000 *Cubic*-Schuh weggeführt werden sollen: so stehet es also:

1 Tag.		12 Tag
180000 Cubic-Schuh	- 12 Mann -	63420000

In diesem Fall werden nun die unter einander stehende Sätze Creutz-weiß multipliciret, und alsdann nach der Regula de Tri directa operiret

1 Tag	Mann	Tag
	12	12
180000 C. Schuh		63420000.
12		1
360000		63420000
18		
2160000		

Setzet es nun nach der Regula de Tri und procediret ordentlich:

2160000	- - 12 - -	63420000
1		12
5		126840000
187		6342
13382		761040000
761040000	352 Männer: So viel müste man haben in 12 Tagen fertig zu werden.	
2166660000		
211		
2		

Nun fraget sichs aber ferner, wie viele Machinen gehören zu diesen 352 Männern, da allemal 12 Soldaten zu einer Machinen gehören. Dieß stehet nun nach dieser Regula dupli also: 12 Männer brauchen zu 180000 *Cubic*-Schuh 1 *Machinen*, wie viel *Machinen* brauchen 352 Männer zu denen 63420000 *Cubic*-Schuhen?

12 Männer - Machine 352 Männer,
180000 Cubic-Schuh 1 63420000
352 12

352 126840000
180000 6342
28160000 761040000
352
63360000

Setzet es nach der Regula de Tri directa also:

63360000 - - 1 - - 761040000

17
248
13842
761040000 } 12 Machinen.
633660000
633

Ergo werden 12 Machinen und 352 Soldaten erfordert, wenn innerhalb 12 Tagen 63420000 Cubic-Schuh Erden durch diese künstliche Machine mit grossen Vortheil und denen geringsten Kosten sollen ausgeführet werden.

Exemplum II.

Da die *Cubic*-Schuh in die Mitte gesetzet, mithin die untereinander stehende Säze mit sich selbst *multiplic*iret werden.

Saget also: In 1 Tag schaffen 12 Mann 180000. *Cubic*-Schuh, wie viel *Cubic*-Schuh werden in 12 Tagen durch 352 Männer aus dem Graben geschafft? Resp. Eben so viel als bekannt ist, nemlich 63420000. Denn, daß nach der Operatione nur 63360000 heraus kommet, verursachen die Brüche, die in der vorigen Arbeit bey der Divisione übrig geblieben.

Cubic-Schuh:

1 Tag - - 180000 - - 12 Tagen
12 Mann 352 Mann.
12 704
352
4224

Se

Setzet es ordentlich nach der Regula de Tri directa und operiret.

```
12  -  -  180000  -  -      4224
                          180000
                       ---------
                       337920000
                            4224
                       ---------
  111                  760320000
 1447
 760320000  {63360000 Cubic-Schuh
 12222
  111
```

So viel arbeiten in 12 Tagen 352 Männer. Daß nicht just wieder 63420000. Cubic-Schuh heraus kommen, das verursachen die Brüche; Zudeme so wird es auch in einer solchen Rechnung einen Graben auszuführen, so genau nicht genommen, wenn man nur weiß, wie viel Männer und Machinen man braucht.

Item: Saget auch: 12 Männer führen mit einer *Machine* 180000 *Cubic*-Schuh, wie viel thun 352 Männer mit 12 *Machinen*?

```
Mann            Cubic-Schuh        Mann
 12  -  -  -     180000    -  -    352
 1 Machin                          12Machinen,
---------                         -----------
 12                                 704
                                    352
                                  ---------
                                   4224
                                  180000
                                ---------
                                337920000
                                     4224
                                ---------
 111                            760320000
 1447
 760320000  {63360000 Cubic-Schuh.
 122222
  1111
```

 Exem-

Exemplum III.

Da die *Cubic*-Schuh oben in dem ersten und dritten Satz stehen und zulezt nach der *Regula de Tri inversa* gerechnet wird.

Saget also: 180000 *Cubic*-Schuh führen in 1 Tag 12 Männer mit der *Machine* aus dem Graben, wie viel brauche ich Männer in 12 Tagen zu 63420000 *Cubic*-Schuh?

Schuh	Mann	Schuh
180000	12	63420000
1 Tag		12 Tagen
63420000		180000
		960000
		12
		2160000

Setzet es nunmehro ordentlich in die Regulam de Tri und operiret inverse:

63420000 - - - 12 - - - 2160000

```
 63420000
       12
---------
126840000
 6342
---------
761040000

        1
        5
        187
       13382
      761040000 [ 352 Mann.
      21660000  [
        211
         2
```

Item: Saget 180000 *Cubic*-Schuh führen 12 Männer weg mit 1 *Machinen*, wie viel *Machinen* brauchen 63420000 *Cubic*-Schuh, da 352 Mann arbeiten?

Cubic-Schuh	Machine	Cubic-Schuh
180000	1	63420000
12 Mann		352 Mann
63420000		180000
126840000		28160000
6342		352
761040000		63360000

Setzet es nach der Regula de Tri und rechnet inverse, so kommen die 12 Machinen auch wiederum heraus:

1 7
2 7 8
1 3 8 4 2
761040000 | — 1 — 63360000
633660000 | 12 Machinen.
633

Scholion.

So machet man es nun mit allen Exempeln und wenn ein Anfänger sich dieses Problema recht bekannt machet, so wird er in der Ingenieur-Kunst die schwehresten Stereometrische Rechnungen fertig und accurat zu schliessen lernen.

Problema LXIV.

Einen jeglichen gemeinen Bruch, oder Theil einer gemeinen Ruthen, sie mag eine zwölff-schuhige oder 16 schuhige, ꝛc. Ruthen seyn, zu einem *Decimal*-Bruch zu machen, daß man wisse wie viel er ausmache, wenn eine solche zwölff- oder 16-schuhige Ruthen in 10 Theil getheilet würde:

Resolutio.

I. Nehmet den Zehler des Bruchs, und werffet etliche Nullen hinten an, so viel als nöthig ist, und als viel kleinere Bruch-Zeichen man haben will.

II. Dividiret durch den Nenner des Bruchs, so giebt der Quotient die Decimal-Brüche.

Exemplum I.

Ich hätte $\frac{3}{7}$ einer zwölff-schuhigen Ruthen, ich möchte wissen, wie viel dieses an Decimal-Brüchen ausmachete: So werffet zu dem Zehler 3. etliche Nullen, und dividiret durch den Nenner 7.

```
2645(4    I II III IV.
30000   ( 4285(4.
7777
```

Demnach sind $\frac{3}{7}$ einer zwölff-schuhichten Ruthen, wenn sie in eine Decimal-Ruthen verwandelt würde, 4285(4.

Exemplum II.

Ich hätte $\frac{3}{7}$ einer sechzehen-schuhigen Ruthen und möchte wissen, wie viel dieß ausmachete nach der Decimal-Rechnung, wenn ich nemlich supponirte, die 16-schuhige Ruthe wäre in eine 10-schuhige eingetheilet, ohne Veränderung der Grösse der gantzen Ruthen, sondern daß nur statt 16 Schuh 10 Schuh daraus würden: So machet es wieder also, hänget an 3. etliche Nullen, und dividiret durch 7.

```
264515
3000000(6 ( 428571(6
777777
```

Scholion I.

Wenn in dem dividiren die Zahlen niemahlen aufgehen, so hänget man so viel Nullen an, als man glaubt, daß dadurch solche kleine Bruch-Stücker heraus kommen, die zuletzt nicht mehr æstimiret werden.

Scholion II.

Es kan diese Reductio eines gemeinen Bruchs in einen Decimal-Bruch auch durch die Regulam de Tri angestellet werden, und zwar folgender maassen:

1) Setzet am ersten die Zahlen der Schuh, wie viel deren in einem Land eine Ruthen machen.

2)

2) Setzet hierauf in die Mitte die 10 Schuh, in welche nach der Decimal-Rechnung eine Ruthe eingetheilet wird.

3) Setzet den Zehler desjenigen Bruchs, von welchen ihr wissen wollet, wie viel er nach der Decimal-Rechnung ausmachete, zum dritten Satz und operiret alsdann gewöhnlicher massen: Ex. gr. Es bleibt mir $\frac{9}{12}$ von einer 12-schuhigen Ruthen übrig, wie viel machet dieß $\frac{9}{12}$ in der Decimal-Rechnung; das ist: Wie viel wird heraus kommen, wenn die 9 Schuh, deren 12 auf eine Ruthen gehen, getragen würden auf eben eine so grosse Ruthen, welche aber nur in 10 Schuh getheilet wäre?

Schuh Schuh Schuh.
12(1 - 10(1 - 9(1
10
———
90

2.6
90 (7(1. mit angehängten Nullen
12 weil $\frac{6}{12}$ übrig blieben.
1

26
900(2 (75(2.
122
1

Demnach machen 9 Schuh einer Ruthen, wenn sie in 12 gleiche Theile zertheilet wird, so viel als 75(2. wenn man eben diese Ruthe nur in 10 gleiche Theile zertheilete.

Scholion III.

Diese Lehre muß ein Anfänger, der mit der Zeit gedencket im Feldmessen und der Ingenieur-Kunst etwas zu thun, sich wohl bekannt machen, damit er wisse allerley Ruthen, die bald 12- bald 15- bald 16-schuhig sind, in ihre Decimal-Stücker zu bringen, wenn zumahlen Brüche von solchen Landes-Ruthen solten übrig bleiben. Mein Rath ist dahero dieser: Es zeichne sich ein Anfänger zum Exempel die Rheinländische Ruthen auf, welche in 12 Schuh zertheilet, und gleich darunter zeichne er sich eben die Grösse der Rheinländischen Ruthen, theile aber solche in 10 Schuh ein, so wird er augen-

scheinlich sehen, daß 9 Schuh auf der 12-schuhigen Ruthen just 7 Schuh 5 Zoll auf eben der Ruthen, aber in 10 Schuh getheilet, ausmachen, wie es vorhero durch die Rechnung heraus kam. Wird es ein Tyro nun also mit denen andern Landes-Ruthen auch machen, so wird ihme das beste Licht davon aufgeben.

Scholion IV.

Alle Confusion zu vermeyden, so muß nur noch dieses melden: Ein anders ist, wenn ich eines Landes-Ruthe, sie mag in 12. oder 16. Schuh eingetheilet seyn, nehme und theile eben dieselbe Ruthe in 10 Schuh, da gehet es wohl an, was wir bishero gesagt haben; Alleine, wenn ich mit meiner angewöhnten Meß-Ruthen (die in 10 Theile zertheilet, und ex. gr. die Anspacher Feld-Ruthe ist,) messe, und ich komme in ein ander Land, da die Ruthe, als das Gantze, grösser ist als meine Ruthe als ein Gantzes, und die frembde Ruthe wäre in 16 Schuh getheilet, so gehet es nicht an, wenn ich wolte sagen meine Decimal-Ruthe wäre so groß, als jene 16 schuhige Ruthe, und bestünde der Unterschied nur darinnen, daß jene 16 Schuh, meine aber 10 Schuh hätte. Nein! das wäre weit gefehlt: Denn diese zwey Ruthen sind in Ansehung ihrer gantzen Grösse ungleich, mithin haben die 16 Schuh zu denen 10 Schuhen derer zweyerley Ruthen bey weiten diejenige Proportion nicht, welche eine Ruthe hat, wenn sie bald in 16. bald in 10 Schuh zergliedert ist. In diesem Fall muß erst eine Proportionirung beyder Ruthen unter einander gemachet werden, wovon in der Geometria ausführlicher gehandelt wird.

Des I. Theils Der Mathematischen Anfangs-Gründe Von der Arithmetic

Sectio V. Von der Logarithmischen Rechnung.

CAPUT I. Von denen Definitionibus und Hypothesibus.

Definitio LXVII.

Die *Logarithmi*sche Rechnung ist diejenige unaussprechlich-vortheilhaftige Rechnungs-Art, darinnen man statt des beschwehrlichen multiplicirens nur addiren, und statt des schwührigen dividirens nur subtrahiren darf.

Scholion.

Der Inventor dieser Rechnungs-Art ist *Johannes Neperus*, Baro Merchistonii, Scotus.

De-

Definitio LXVIII.

Die *Logarithmi* sind mit gleicher Zu-oder Abnahm in Arithmetischer Proportione fortsteigende Zahlen, welche andern in Geometrischer Proportione continua aufwachsenden Zahlen zur Seiten stehen, und mit ihren Unitäten anzeigen, wie oft die Proportio Geometrica derer zwey ersten Zahlen, zwischen der ersten und einer jeglichen angegebenen andern Zahl der gantzen Reyhe stecke.

Exemplum.

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.

Hier sind die oberen Termini, die *Logarithmi*, welche in natürlicher Progressione arithmetica fortgehen; Die untere Reyhe ist eine Progressio Geometrica, welche in Ratione subdupla anfänget. Diese darüber stehende Logarithmi zeigen mir nun an, wie oft die Ratio in einer derer Geometrischen Progressionum stecke. Ex. gr. In der obern Reyhe stehet 6. dieser Logarithmus zeiget an daß die unter ihm stehende Geometrische Zahl 64. in sich eine Rationem sexies duplicatam habe, das ist: **Es habe die *Ratio dupla* sechsmal nach einander fortgehend immer das hernach kommende wieder *duplirt*. Und so mit allen andern** Logarithmis **in einer solchen Reyhe.**

Scholion I.

Stifelius, ein gelehrter Land-Pfarrer, nennet diese Logarithmos *exponentes*, weil sie gleichsam exponiren, wie oft die Ratio, welche zwischen dem ersten und andern Termino der Geometrischen Progressional-Zahl sich befindet, in denen folgenden unter ihnen stehenden Geometrischen Zahlen angewachsen seye, man besehe hiervon seine Arithmeticam integram.

Scho-

Scholion II.

Man kan die Logarithmos, oder Arithmetische Progressiones zwar anfangen von welcher Zahl man will, sie können auch immer grösser oder kleiner werdende Zahlen seyen, item in unterschiedlicher Differenz steigen: Ex. gr.

Logar. 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
Logar. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
Logar. 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. 32.
Logar. 38. 35. 32. 29. 26. 23. 20. 17. 14. rc.

Jedoch an gebräuchlichsten ist es und an bequehmsten, man fange von 0 an/und lasse sie mit dem kleinesten Zuwachs steigen. Hierbey bleibt man nun und saget ex. gr. die Geometrische Progressional-Zahl 1024 habe zum Logarithmo 10. das ist, die *Ratio subdupla* sey schon 10 mal also genommen, daß der letztere *Terminus* allemal wieder *dupli*ret worden.

Hypothesis XXIIII

Die Characteristica bey denen Logarithmis ist 0. von der ersten Geometrischen Zahl 1 bis 10. ferner 1. von der Geometrischen Zahl 10 bis 100. Item 2. von der Geometrischen Zahl 100 bis 1000. Endlich 3. von der Geometrischen Zahl 1000. bis 10000. Und diese Characteristicæ werden allezeit mit einem Puncto vor denen Logarithmis unterschieden.

Scholion.

Warum man diese Zahlen 0. 1. 2. 3. 4. vor die Characteres derer Logarithmorum angenommen, wird bald deutlicher erklähret werden.

CAPUT II.

Von denen Axiomatibus und Theorematibus.

Axioma V.

Alle Logarithmi, die gerad auf einander fol-

folgen, haben gleich grossen Unterschied gegen einander.

Scholion.

Dieß ist Sonnen-klahr, denn weil immer eine Zahl nach der andern in gleich-grossen Wachsthum steiget, so muß nothwendig der nächst benachtbarte Logarithmus mit dem andern allezeit gleich-grossen Unterschied haben. Es mag hernach die Differentz zwischen beyden 1. oder 2. oder 3. ꝛc. seyn, so ist es eben allemal zwischen zweyen Logarithmis 1. oder 2. oder 3. ꝛc. Ex. gr.

Log. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. ꝛc.

Hier ist zwischen 1 und 2. zwischen 2 und 3. zwischen 9 und 10. allemal der Unterschied 1. oder

Log. 1. 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21.

Hier ist die Differenz allemal 3. welches leicht zu begreiffen seyn wird.

Theorema LIX.

Die Logarithmi von 4 unterschiedlichen Proportional-Zahlen der Progressionis Geometricæ haben gleich-grossen Unterschied gegen einander, wie die Proportional-Zahlen auch unter sich haben.

Ex. gr.

Setzet eine Reyhe Logarithmorum und unter dieselbe eine Reyhe Geometrischer Progressional-Zahlen.

Log.	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Progress.	1.	2.	4.	8	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.
Geom.			e		f		g		h		

Nehmet vier unterschiedliche Progressional-Zahlen aus der Geometrischen Reyhe, als e. f. g. h. welche sind 4. 16. 64. 256. diese steigen nun in gleichbleibender Proportione Geometrica. Sehe ich hinauf nach ihren Logarithmis, so sind diese 2. 4. 6. 8. diese haben nun auch gleich-grossen Unterschied gegen

gen einander, denn gleichwie 4 um 2 grösser ist als 2: also ist auch 6 um 2. grösser denn 4. und 8 um 2 grösser als 6.

Theorema LX.

Die Logarithmi dreyer unterschiedlicher Geometrischer Progressional-Zahlen haben auch gleich-grossen Unterschied gegen einander.

Scholion.

Dieß erklähret sich von selbsten aus dem vorhergehenden Theoremate.

Theorema LXI.

Wenn von vier unterschiedlichen Geometrischen Progressional-Zahlen, ihre zwey äusserste Logarithmi addirt werden, so ist die Summa gleich der Summæ derer zwey innersten addirten Logarithmorum.

Nehmet die vier Geometrische Progressional-Zahlen 16. 64. 256. 1024. Ihre Logarithmi sind 4. 6. 8. 10. addiret die zwey äusseren 4 und 10. giebt 14. addirt auch die zwey innern giebt 14. aus 6 und 8.

Theorema LXII.

Wenn von drey unterschiedlichen Geometrischen Progressional-Zahlen, derer zwey äusseren ihre Logarithmi addirt werden, so ist die Summa gleich dem mittlern Logarithmo doppelt genommen.

Ex. gr.

Nehmet aus der vorhero gesetzten Reyhe Geometrischer Progressional-Zahlen diese drey 8. 32. 128. Ihre Logarithmi sind 3. 5. 7. addiret die zwey äusseren 3 und 7 giebt 10. nehmet den mitlern 5. doppelt giebt auch 10.

Theo-

Theorema LXIII.

Wenn über Geometrische Progressional-**Zahlen solche** Logarithmi **gesetzet werden, daß der** Geometrischen **Zahl ihr** Logarithmus o. **ist so wird der** Logarithmus, **der über derjenigen Zahl stehet, welche das** *Productum* **ist, gleich seyn denen beyden** Logarithmis **derjenigen zwey** Geometrischen Progressional-**Zahlen, die durch einander** multiplicir**t worden.**

Ex. gr.

Nehmet aus der Reyhe der Geometrischen Progressional-Zahlen heraus 2 und 32. Ihre Logarithmi sind 1 und 5. multiplicirt 2 und 32. giebt 64. dessen Logarithmus 6. ist gleich denen beyden Logarithmis 1. 5.

Theorema LXIV.

Wenn der Logarithmus **der** Geometrischen **ersten** Progressional-**Zahl** 1. **ist** o, **so wird der** Logarithmus Quoti, **wenn eine** Geometrische Progressional-**Zahl durch eine andere** dividir**t wird, gleich seyn dem** Rest, **welcher heraus komt, wenn des** divisoris Logarithmus **von dem** Logarithmo **des** dividendi subtrahir**t wird.**

Ex. gr.

Dividiret die Zahl 64 durch 4. so ist der Quotient 16. Nun sind der Zahlen 4 und 64 ihre Logarithmi 2 und 6. subtrahirt diese von einander, ist der Rest 4. dieß ist der Logarithmus des Quoti 16.

Theorema LXV.

Wenn von vier Proportional-Zahlen ihren Logarithmis, der erste subtrahirt wird von der Summa der beyden mittlern addirten, so bleibt allemal im Rest der Logarithmus der vierdten Proportional-Zahl; Oder wechsels-weiß: Wenn der vierdte subtrahirt wird von der Summa der beyden mittlern, bleibt im Rest allemal der Logarithmus der ersten Proportional-Zahl.

Exemplum I.

Es seyen vier Geometrische Progressional-Zahlen, 2. 16. 128. 1024. Ihre Logarithmi sind 1. 4. 7. 10. subtrahiret den ersten Logarithmum 1. von der Summa 11. der zwey mittlern Logarithmorum 4 und 7. bleibt im Rest 10. der Logarithmus der vierdten Proportional-Zahl.

Exemplum II.

Behaltet diese Zahlen; subtrahiret den Logarithmum 10. von der Summa 11. der zwey mittlern Logarithmorum, bleibt im Rest 1. der Logarithmus der ersten Proportional-Zahl.

Scholion I.

Der Nutz dieses Lehr-Satzes ist in der Regula de Tri unaussprechlich. In der Regula de Tribus findet man die Quartam proportionalem durch multiplicationem der zweyen hintern Sätze, und Divisionem des Producti durch den ersten Satz. Wie viel Mühe dieses koste, wenn die Zahlen groß sind, ist offenbahr. In der Arithmetica Logarithmica geschiehet dieses weit geschwinder, da addire ich nur die zwey hintern Sätze, und von der Summa subtrahire ich den ersten Satz, so giebt der Rest den vierdten Satz, oder den vierdten Logarithmum, welcher mir die Quartam proportionalem anzeiget. Ex. gr. Ich hätte die vier Proportional-

Zahlen 4. 16. 64. 256. Gesetzt, ich wüste 256 nicht, so müste ich 16 und 64 durch einander multipliciren, und das Product mit 4 dividiren, so käme 256 heraus. Logarithmice aber geschiehet es gar geschwind: denn da nehme ich die Logarithmos der zwey mittlern Zahlen 16 und 64. diese sind 4 und 6. diese addire ich, von der Summa 10. subtrahire ich den Logarithmum des ersten Satzes 4. welcher ist 2. so bleibt im Rest 8. unter diesem Logarithmo stehet die Zahl 256. so viel kommt heraus, wenn auch ordentlich multiplicirt und dividirt worden wäre.

Scholion II.

Es gehet auch an, daß man an statt zweyer mittlern Sätze, drey, vier und mehrere nimmt von denen Geometrischen Proportional-Zahlen der Progressionis: Denn an statt daß diese alle müsten durch einander multiplicirt werden, addiret man nur derer aller ihre Logarithmos, so giebt der letzte Logarithmus, der durch die Summam heraus kommet, denjenigen Logarithmum, welcher die unter sich stehende Proportional-Zahl hat, die heraus kommen wäre, wenn man sie alle durch einander multiplicirt hätte. Ex. gr. Ich solte 4 durch 8 multipliciren, das Product 32 durch 2, käme 64. dieß wieder durch 4. käme 256. An statt dessen addire ich nur aller dieser Zahlen ihre Logarithmos, welche sind 2. 3. 1. 2. so kommt der Logarithmus 8. unter diesem stehet schon die Geometrische Proportional-Zahl 256. die mit vieler Mühe durch multipliciren würde heraus kommen seyn.

Corollarium I.

Hieraus folget nun, daß man an statt des multiplicirens nur addiren, und statt des dividirens nur subtrahiren darff.

Corollarium II.

Es folget aus diesem Theoremate ferner, wenn von vier Geometrischen Progressional-Zahlen nur drey Logarithmi bekannt wären, daß man den vierdten Logarithmum finden könne: Gleichwie man auch die vierdte Geometrische Progressional-Zahl finden kan, wenn alle vier Logarithmi, und nur drey Geometrische Zahlen bekannt sind.

I. Addiret man die zwey mittlern Logarithmos, von der Summa subtrahiret den ersten, so giebt der Rest den vierdten Logarithmum.

II. Oder, wenn man alle 4 Logarithmos hat zu drey Geo-

metrischen Progreßional-Zahlen, so giebt der vierdte bekannte Logarithmus die vierdte unbekannte Proportional-Zahl.

Theorema LXVI.

Wenn man von dreyer Proportional-Zahlen ihren Logarithmis den dritten nicht wüste, so dupliret den andern Logarithmum und subtrahiret davon den ersten; der Rest giebt den dritten Logarithmum. Oder, man wüste von dreyen Logarithmis den ersten nicht, so dupliret den mittlern, als vordern, und subtrahiret den hintern, als dritten, der Rest giebt den ersten Logarithmum.

Exemplum I.

Ich hätte die drey Geometrische Progreßional-Zahlen 64. 256. 1024. Ihre Logarithmi sind 6. 8. 10. gesetzt ich wüste den dritten nicht, so dupliret den mittlern 8. giebt 16. subtrahiret davon den ersten 6 bleibt 10. dieß ist der dritte Logarithmus, unter welchen wird stehen 1024.

Exemplum II.

Behaltet die vorigen Zahlen, gesetzt aber ich wüste von diesen dreyen Logarithmis den ersten 6. nicht: Dupliret den mittleren 8. kommt 16. subtrahiret den dritten 10. bleibt 6. dieß ist der Logarithmus zum ersten Satz, unter welchen stehet 64.

Corollarium I.

Wenn ich demnach die Logarithmos etlicher Zahlen weiß, so weiß ich auch gleich den Logarithmum des Producti, wenn solche Geometrische Progreßional-Zahlen durch einander multipliciret würden: Ex. gr. Ich habe die Zahlen 8 und 64. ihre Logarithmi sind 3 und 6. Addire ich diese Logarith-

rithmos, so ist 9. der Logarithmus zu derjenigen Zahl, welche heraus käme, wenn 8 und 64 durch einander multiplicirt würden, wie dieß schon Theoremate LXIII. bewiesen worden.

Corollarium II.

Wenn man demnach einen Logarithmum duplirt, so ist dieß duplum der Logarithmus einer Quadrat-Zahl. Wo eine Zahl durch sich selbst multiplicirt wird, so entstehet eine Quadrat-Zahl: Ergo wenn derselben Zahl ihr Logarithmus zu sich selbst addirt wird, so entstehet ein Logarithmus des Producti derjenigen Zahl, die mit sich selbst multiplicirt würde Da nun diese Zahl eine Quadrat-Zahl, so ist ein solcher Logarithmus auch der Logarithmus eines Quadrats, wie folgendes Theorema bezeuget. Triplirt man einen Logarithmum, so ist er der Logarithmus einer Cubic-Zahl.

Theorema LXVII.

Wenn man den Logarithmum einer Zahl hat, so kan man daraus den Logarithmum Radicis Quadrati machen, wenn er mit 2. dividiret wird. Den Logarithmum Radicis Cubi bringt man aus einem Logarithmo, wo man solchen mit 3. dividiret.

Exemplum I.

Ich hätte den Logarithmum 8. seine unter ihm stehende geometrische Progressional-Zahl, als ein Quadrat, ist 256. halbiere ich diesen Logarithmum, so kommt der Logarithmus 4. dieser hat unter sich stehen die Radical-Zahl des Quadrats 256. nemlich 16. welche auch heraus käme, wenn man ordentlich aus 256. den Radicem Quadrati extrahirte.

Exemplum II.

Ich hätte die Cubische Zahl 512. deren Logarithmus ist 9. an statt daß ich den Radicem Cubi extrahiren müste, dividire ich nur den Logarithmum 9. mit 3. so giebt der Quotient 3. den Logarithmum Radicis Cubi, denn unter 3. stehet die Zahl 8. welches der wahre Radix Cubi ist.

Scho-

Scholion I.

Aus diesen bishero erklährten Stücken ziehe ich nun kürtzlich zu einem Haupt-Notamine, die fürtreffliche Nutzen der Logarithmischen Rechnung desto deutlicher zu erkennen, folgende Observationes:

I. An statt des multiplicirens addiret man nur.
II. An statt des dividirens, subtrahiret man.
III. An statt der Extractionis Radicis Quadrati, dividiret man den Logarithmum der Quadrat-Zahl mit 2.
IV. An statt der Extractionis Radicis Cubi, dividiret man den Logarithmum der Cubic-Zahl mit 3.

Scholion II.

Der Nutzen ist also ungemein groß, nicht so wohl in geringen und bürgerlichen Rechnungen, als vielmehr in der Trigonometrie, wie *Neperus* genug dargethan, und ein jeder der die Trigonometrie lernet, aus eigener Erfahrung findet, was für ein grosser Vortheil es sey, statt der grösten Zahlen die da vorkommen, und multiplicirt oder dividirt werden müsten, nur addiren und subtrahiren dörffen. Es fehlet demnach einem mathematischen Anleitungs-Buch ein grosses, wenn diese Logarithmische Rechnung, darinnen der Jugend zu zeigen ausgelassen worden.

Scholion III.

Wenn es möglich wäre, daß man auf solche Art, wie bishero gezeiget worden, alle *Progressiones Geometricas* durch alle *Rationes*, und so weit *extendirt* als möglich, haben könte; Ich meyne, wenn man über alle Geometrische Progressiones, die Ratio möchte dupla, tripla, quadrupla, &c. seyn. Item zu allen in solcher Ratione steigenden intermediis, auf die gröste Anzahl anwachsend, allemal oben darüber ihre Logarithmos veros setzen könte, so wäre dieß ein solch vollkommen Werck des grösten Compendii, daß man die Rechnung besser und geschwinder nicht würde finden können; Alleine, da dieß pur unmöglich, so hat gleichwohlen der kluge Inventor und die übrigen grossen Mathematici, welche dieß Inventum in die Praxin gebracht, einen andern Modum ausgesonnen, wodurch man dennoch alles dieses finden kan, was nach der Art, die wir bishero gewiesen, Logarithmice ohnmöglich wäre.

Es ist offenbar, daß man diejenigen Zahlen, welche in einer Progressione Geometrica die intermedii sind, ex. gr. zwi-

schen 4 und 16. derer Zahlen 5. 6. 7. ꝛc. ihre Logarithmos accurat nicht haben kan, dahero haben sie andere Logarithmos gesuchet, welche doch denen wahren Logarithmis, die von Rechtswegen solche numeri intermedii haben solten, so nahe kommen, daß, wo man deren Gebrauch ansiehet, sie so viel gelten, als wenn sie die würckliche Logarithmi wären. Denn der Mangel, welchen ein solcher Logarithmus hat, ist so klein, daß allezeit nicht einmal ein Theil von einer Millionen Theil daran fehlet. Sie setzen nemlich die Progressionem Geometricam und Arithmeticam also:

Progressio Arithmetica.

0.0000000	1.0000000.	2.0000000	3.0000000.	4.0000000
1	10	100	1000.	10000.

Progressio Geometrica.

Das ist: Die Geometrischen Progreßional-Zahlen 1. 10. 100. 1000. 10000. gehen ordentlich in Ratione subdecupla fort. Dahero setzen sie solchen zu Logarithmis die über ihnen stehende Ziffern samt denen Characteristicis 1. 2. 3. 4. Nun hat man zwischen 1 und 10 in der Progressione Geometrica die natürlich-fortgehende Zahlen 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Item zwischen 10 und 100 alle darzwischen fort-steigende Zahlen; und so auch zwischen 100 und 1000. und zwischen 1000 und 10000. Diese natürlich also fortgehende Zahlen sage ich, hat man nun als lauter medias Proportionales Geometricas angesehen, und hat darzu oben zwischen dem Logarithmo 0. 0000000 und 1.0000000. ꝛc. eben so viele medias Arithmetice proportionales gefunden, und alsdann beydes mit einander in ordentliche Tabulas gebracht, woraus der Canon Logarithmorum entstanden ist.

Scholion IV.

Es wäre viel zu weitläufftig, wenn ich hier die Ausrechnung derer Logarithmorum, wie man solche gefunden, mit anhängen wolte: Es ist dieß zu unsern kurtzen Anleitungen viel zu ausschweiffend. Hiernächst stehet es nicht in eines einigen Menschen Kräfften, alle Logarithmos vor sich ausrechnen, oder wenigstens nachrechnen wollen. Zudeme sind wir dieser Arbeit allbereit überhoben, alldieweilen ein völliger Canon derer Logarithmorum schon zusammen getragen worden. Der Herr Professor *Wolff* zeiget ziemlich deutlich in seinen Elementis Arithmeticæ, wie die Logarithmi auszurechnen seyen,

wohin ich diejenige verweise, welche curieux sind den Grund zu wissen, aus welchen die Logarithmi gefunden werden.

Scholion V.

Durch diese Logarithmos nun kan man alles dasjenige finden, was sonsten ohnmöglich wäre, nach denen oben angeführten Logarithmis derer Geometrischen Progressional-Zahlen: Denn nunmehro kan man alle und jede Zahlen die vorkommen, und NB. unter 5 Zahlen sind, unter denen Geometrischen finden, und mit denen gleich darneben stehenden Logarithmis eben so procediren, als bishero mit denen vorigen ist gewiesen worden.

Scholion VI.

Ehe wir auf das folgende Capitul kommen, will nöthig seyn, nur noch einen kleinen Bericht von denen Tabulis Sinuum zu geben.

Wer eine Historische Nachricht von der Trigonometria, und mithin von denen Logarithmis, welche vornemlich um der Trigonometrie willen erfunden worden, haben will, der kan vieles davon finden in *Benjam. Ursini* Trigonometria cum magno Logarithmorum Canone. Item, in des Herrn Prof. *Wolffii* Unterricht von Mathematischen Schrifften. Ich sage dermahlen nur so viel: Unter denen vielen Logarithmischen Büchern, welche heraus gekommen, sind des *Adriani Ulacq* Tabellen die geläufftigsten. Es sind darinnen die Tabulæ Sinuum, tangentium und secantium, samt ihren Logarithmis beysammen, und zuletzt hat er deß *Briggii* Tabulam Logarithmorum in absoluten Zahlen besonders angehänget, welche von 1 bis 10000 gehen. Wenn ein Irrthum darinnen seyn solte, so könte er fast nicht anderst, als nur in denen letzten Zahlen seyn, der nicht viel zu bedeuten hat, zumahlen so viel die Logarithmi in der Geometrie gebraucht werden. In denen vordern Zahlen kan man einen solchen Fehler gleich mercken, indeme sie ordentlich auf einander folgen, zumahlen da die absolute Zahlen von 4 Zahlen sind. Wenn man solche Tabulas gebrauchen will, so müssen folgende Stücke bekannt seyn:

I. Gehen sie Columnen-weiß, und zwar die meisten Tabulæ nur bis auf 10000.

II. Stehen in specie bey etlichen Authoribus der Logarithmorum ihre Anfangs-Zahl durch alle Reyhen herunter, so hat es *Ulacq* und *Strauchius*; bey andern Authoribus

aber stehet nur allemal oben bey dem Anfang eines jeglichen Platzes, der Anfang derer Logarithmorum 1. 2. 3. rc. und wird in denen folgenden Reyhen darunter verstanden, so weit eine solche Anfangs-Zahl bey denen Logarithmis sich erstrecket, bis wieder eine grössere Anfangs-Zahl kommet, welche dann wiederum auf allen Blättern zu oberst das erstemal stehet, und in denen folgenden Logarithmis ausgelassen wird. So sind eingerichtet *Benjam. Ursini* Trigonometria, und zum Theil des *Strauchii* Tabulæ.

III. Sind in einigen Exemplarien, und zwar meistens in denen ältesten und denen, welche andern Büchern als ein Appendix mit angehänget worden, die Logarithmi um zwey Zahlen geringer, als in des *Ulacqs* Tabulis, worbey sie diese Manier haben, daß wenn in des *Ulacqs* Tabulis, eines *Logarithmi* letzte Zahl ohne eine, grösser ist als 5. oder 6. so setzen sie ihre letzte Zahl im Logarithmo um 1. grösser an. Ex. gr. der absoluten Zahl 974 ihr Logarithmus in denen Tabulis des *Ulacqs* ist 2. 9885589. Von diesem lassen einige Authores zwey Zahlen hinten in ihren Büchern hinweg, so stünde es also: 2. 98855. Weil nun aber die darauf folgende Zahl, die sie hinweg lassen, über 5. ist, (denn es ist 8.) so addiren sie zu dem letzten 5. noch eines, so stehet der Logarithmus also: 2. 98856.

IV. In einiger Authorum Tabulis stehet bey jedem Logarithmo seine Differenz von dem nächst-vorhergehenden Logarithmo, welches nicht unbequehm wegen allerley Arbeit, da man die Differentias Logarithmorum brauchet. So hat es *Ursini* loc. cit. *Ulacq* in seinem grösseren Canone, und andere. In denen kleineren Tabulis des *Ulacqs* ist dieses alles nicht, sondern da stehen in richtiger Ordnung die gantzen Logarithmi, neben darbey die absoluten Zahlen, über solchen absoluten Zahlen stehet der Buchstabe N. und in der zweyten Columna allemal das Wort Logarith.

Annotatio.

Dieser *Ulacq* hat in seinem grossen *Canone* seiner *Trigonometriæ artificialis* in *Fol.* von denen *Logarithmis Sinuum* 1 mit eilf *Nullen* 1. 00000000000. angenommen. Hingegen in seinen kleinen

Ta-

Tabulis Sinuum &c. nimmt er nur 1 mit 8 *Nullen*. 1.00000000 an. Allein dieser grosse *Canon* ist nicht jedermann nöthig, auch zu theuer zum kauffen.

CAPUT III.

Von einigen Vorarbeiten der Logarithmischen Rechnung.

Problema LXV.

Einer gegebenen *absoluten* Zahl ihren *Logarithmum* in denen *Tabulis* zu finden.

Resolutio.

I. Wenn die gegebene Zahl ohne Bruch stehet, und NB. nicht grösser ist als 9999. denn in denen kleinern Tabellen erstreckt sichs nur auf 10000. So suchet die Zahl unter dem Buchstaben N. in der Reyhe herunter, die in der zweyten Reyhe neben ihr stehende Zahl wird derē Logarithmus seyn.

Exemplum.

Es wäre gegeben die Zahl 427. der Logarithmus derselben wird seyn 2. 6304279. oder wenn man ihn kleiner haben wolte, so schneidet man zwey Zahlen hinten davon, und weilen 7 grösser ist als 5. addiret man noch 1 zu der letzten Zahl 2. so stünde der Logarithmus also: 2. 63043.

II. Gesetzt es wäre kein Bruch bey der gegebenen absoluten Zahl, sie wäre aber doch grösser als 10000. mithin stünde kein Logarithmus vor dieselbe in denen Tabellen, so verfahret also:

1) Schneidet von der gegebenen Zahl gegen die Lincke vier Zahlen ab, so weit kan man in denen Tabellen ihren Logarithmum finden.

2) Suchet demnach der vier ersteren Zahlen ihren Logarithmum so, wie es Num. I. dieses Problematis gewiesen worden, und zu der characteristica addiret so viel Unitates, als viele Zahlen hinten abgeschnitten worden, um welche die gegebene Zahl zu groß war, daß man ihren Logarithmum nicht in denen Tabellen finden konte.

3) Subtrahiret diesen gefundenen Logarithmum von dem nächst-folgenden grösseren Logarithmo derer Tabellen, und mercket um wie viel sie beyde voneinander differiren.

4) Machet nunmehro aus denen abgeschnittenen hintern Zahlen zur Rechten, um welche nemlich die angegebene Zahl zu groß war, daß man ihren Logarithmum in denen Tabellen nicht finden konte; aus diesen hintern Zahlen sage ich, machet den Zehler eines Bruchs, und zum Nenner setzet eine Unität mit so viel Nullen, als viele Zahlen der Zehler hat.

5) Hierauf suchet durch Hülffe der gefundenen Differentiæ Logarithmicæ, nach der Regula de Tri die quartam proportionalem also: **Zum ersten Satz machet den Nenner des Bruchs, in die Mitte setzet die *Differentiam*, und zum dritten Satz den Zehler des Bruchs.**

6) Addiret diesen gefundenen partem proportionalem, der als die quarta proportionalis heraus kommen wird, zu dem schon gefundenen Logarithmo derer lincks-abgeschnittenen Zahlen, so habt ihr den gantzen Logarithmum.

Exemplum.

Es wäre mir gegeben die Zahl 254782. hierzu solte ich den Logarithmum suchen, da doch in denen

Ta-

Tabellen die absoluten Zahlen nur bis auf 10000 gehen. Schneidet demnach vier Zahlen zur lincken davon hinweg, also: 2547 | 82. suchet zu 2547. den Logarithmum 3.4060289. und die characteristicam 3. vermehret mit so viel Unitäten, als um wie viel Zahlen der angegebene Numerus zu groß wäre, nemlich um die zwey Zahlen 82. Ergo wird die characteristica 5.

Sehet nunmehro die differentiam des Logarithmi, die er hat mit dem nächst-folgenden:

Num. 2547. Logar. 3.4060289.
Logar. seq. 3. 4061994.
Subtr.

1705. Differenz.

Machet aus denen abgeschnittenen hintern Zahlen einen Bruch, wie gelehret worden, so stehet es also $\frac{82}{100}$. Nunmehro nehmet den Nenner des Bruchs zum ersten Satz, die Differenz 1705 zum mittlern, und den Zehler des Bruchs zum dritten Satz, und rechnet nach der Regula de Tri also:

100	1705	82
	82	
	3410	
	13640	
	1398 | 10	(1398 pars proportionalis.
	1 | 00	

Und also hat man aus der Differenz 1705 den partem proportionalem gefunden 1398. addiret diesen partem proportionalem zu dem Logarithmo der Zahl 2547. und setzet die characteristicam 5. vornen an, so ist der Logarithmus vor die gantze Zahl 254782. gefunden.

Num.

Num. 2547. Log. 3. 4060289
pars proportional. 1398

Logar. 5. 4061687

Demnach ist der absoluten Zahl 254782. ihr Logarithmus. 5. 4061687.

Scholion I.

Wenn die Differentia Logarithmorum nicht bey denen Tabellen stehet, so muß solche allemal durch die Subtractionem gefunden werden, da der gefundene Logarithmus von dem nächst folgenden grössern abgezogen wird.

Scholion II.

Man hat nicht nöthig allemal die gantze Operationem Regulæ de Tri aufzusetzen: Denn weil der erste Satz allemal eine Unität mit so viel Nullen ist, als viel Zahlen der Zehler des Bruchs hat, so multipliciret man nur die Differentiam Logarithmorum durch den Zehler des Bruchs, und statt des dividirens, schneidet man nur von dem Producto hinten zur Rechten so viel Zahlen ab, als viel Nullen der Nenner des Bruchs hat, so sind die übrigen Zahlen zur lincken der Quotient, der heraus kommen wäre, wo man dividirt hätte, welcher der gesuchte pars proportionalis ist.

Scholion III.

Wenn in dieser Divisione die hinten wegen der Nullen des Divisoris abgeschnittene Zahlen, zur rechten Hand, dennoch einen grossen Bruch machen, so kan man wohl gar die letzte Zahl des Quotienten um eine Unität vermehren, statt des Bruchs, der alsdann hinweg bleibt: Ex. gr. in der vorigen Zahl 139810. welche mit 100 hat sollen dividiret werden, sind nur die zwey hinteren Zahlen gleich abgeschnitten worden, also. 1398 | 10 (so war der pars proportionalis,
1 | 00 (
der in dem Quotienten heraus gekommen wäre, 1398. und übrig blieb $\frac{10}{100}$. dieß ist nun gering, und wird dahero hinweg gelassen. Hingegen wenn übrig geblieben wäre $\frac{50}{100}$ oder $\frac{70}{100}$ 2c. so hätte man vor diesen Bruch die letztere Zahl des Quotienten 8. um eine Unität vermehret und also geschrieben: 1399.

Pro-

Problema LXIV.

Einer gegebenen Zahl, die einen Bruch darbey hat, ihren Logarithmum zu finden.

Resolutio.

I. Wenn die gegebene Zahl zusammt der Bruch-Zahl die absoluten Zahlen in denen Tabellen nicht übersteiget, das ist, wenn die Zahl nicht über fünff Zieffern steiget, so **suchet die Gantzen zusammt dem Zehler des Bruchs, oder, nach der** Decimal-**Rechnung, zusammt denen Bruch-Stückern hinter dem** Commate, in denen Tabellen unter dem Buchstaben N. ohne darauf zu sehen, ob partes decimales in denen letztern Zahlen verstanden werden, und schreibet ihren darneben stehenden Logarithmum heraus.

II. Hernach weil ein Bruch darbey ist, so richtet man sich nach denen Gantzen, an der gegebenen Zahl, damit die characteristica des Logarithmi darnach verändert werde, und zwar also: **Die** *characteristica* **muß allezeit um eins geringer seyn, als die Gantzen Zahlen haben.** Sind der Gantzen drey Zahlen, muß die characteristica 2 seyn; sind der Gantzen vier Zahlen, ist die characteristica 3. sind der Gantzen zwey Zahlen, ist die characteristica 1. sind der Gantzen nur 1 Zahl, ist die characteristica 0. aus Ursachen, weilen die Logarithmi also angenommen worden, daß über 1. als die erste Geometrische Zahl, der Logarithmus 0 stehet.

Exemplum.

Ich hätte die Decimal-Zahl 32,56(2. so suche ich erstlich den Logarithmum der völligen Zahl 3256. ohne auf die Bruch-Zeichen zu sehen. Dieser ist

3.

3.5126844. Nun sehe ich erst auf die Gantze, deren sind 2 Zahlen, nemlich 32. Demnach muß die characteristica des Logarithmi um eins kleiner seyn, als die Gantzen Zahlen haben: Ergo stehet der Logarithmus also: 1.5126844.

III. Wenn aber die gegebene Zahl mit ihrem Bruch grösser ist, als die absoluten Zahlen in denen Tabellen, so nehmet nur dieses in acht 1) schneidet von der gantzen Reyhe der gegebenen Zahlen vier ab von der Lincken gegen die Rechte, es mögen solche lauter Gantze, oder auch Bruch-Stücker darbey seyn, suchet darzu den Logarithmum, und nehmet zugleich den nächst-folgenden auch heraus geschrieben aus denen Tabellen, um die Differenz beyder Logarithmorum zu wissen. 2) Nehmet die hintern zur Rechten übrig-gebliebene Zahlen als einen Zehler an u. setzet zum Nenner eine Unität mit so viel Nullen, als der Zehler Zahlen hat. 3) Setzet den Nenner zum ersten Satz, die Differenz zum zweyten und den Zehler zum dritten Satz und operiret nach der Regula de Tri; der Quotus giebt nach der Division den partem proportionalem, welchen man zu dem Logarithmo derer vier ersten Zahlen addiren muß; 4) nunmehro verändert die characteristicam und sehet wie viel Gantze in der angegebenen Zahl nach denen Zieffern stehen: machet die characteristicam um eins geringer, so ist der Logarithmus gefunden.

Exemplum I.

Ich solte der Zahl 2734, 3 (1 ihren Logarithmum suchen: Erstlich schneide ich vier Zahlen ab gegen die Rechte, stehet es also: 2734, | 3. denn so weit erstrecket sich nur der Canon Logarithmorum, deren ihr

ihr Logarithmus ist nun: 3. 4367985. Der nächstfolgende zugleich mitgenommen ist 3. 4369573. die Differenz beyder Logarithmorum, wenn sie von einander subtrahiret werden, ist 1588. Machet nunmehro aus der zuletzt übrig-gebliebenen Zahl 3. einen Zehler, und setzet zum Nenner eine Unität mit so viel Nullen, als der Zehler Zahlen hat, so stehet es also: $\frac{3}{10}$. Multipliciret diese Differenz 1588. durch den Zehler 3. kommt zum Product 4764. dividiret dieses mit dem Nenner 10. kommt zum Quotienten 476$\frac{4}{10}$ als den partem proportionalem des Logarithmi; addiret dieses zu dem Logarithmo der vier Zahlen 2734. welcher war 3. 4 3 6 7 9 8 5. *Logar.* num. 2734.

4 7 6 pars proportional.

3. 4 3 6 8 4 6 1. so ist dieß der *Logarithmus* der gantzen Zahl. Verändert zuletzt die characteristicam 3. weil aber hier die Gantzen an der Zahl 4 sind, so bleibt 3. die characteristica.

Exemplum II.

Es seyen die vorigen Zahlen wiederum, alleine die Bruch-Zeichen wären anders, es stünde 273, 43 (2 so nimmt man dennoch wiederum erstlich 2734. ohne darauf zu sehen, ob 4 ein Gantzes, oder ein Bruch-Stück sey, und operiret vollkommen wieder wie vorhero, ausser daß zuletzt die characteristica 3 in 2. verwandelt wird, weil derer Gantzen nur 3. Zahlen sind. Stünde das Exempel also: 27, 343 (3 so ist die Arbeit wieder einerley, man behält doch 2734. und suchet den Logarithmum nur zuletzt; wenn alles geschehen, wird die characteristica 3. in 1. verwandelt, weilen der Gantzen nur zwey Zahlen sind; und so mit allen Exempeln, nur daß man mercke, die characteristica muß allezeit um 1 kleiner seyn, als die Gantzen in denen angegebenen Exempeln Zahlen haben.

Problema LXVII.

Eines gegebenen *Logarithmi* seine *absolute* Zahl zu finden in denen *Tabellen*.

Re-

Resolutio.

I. Suchet den gegebenen Logarithmum in denen Tabellen, so wohl nach seiner characteristica, als denen übrigen Zahlen, so wird die gerad neben ihm stehende Zahl zur lincken Hand seine absolute Zahl seyn: Ex. gr. Ich hätte den Logarithmum 3.4604468. neben ihm stehet die absolute Zahl 2887.

II. Solte der angegebene Logarithmus nicht accurat, nach allen Zahlen derer letzten zur rechten Hand, in denen Tabellen stehen, so verwandelt die characteristicam, wenn sie 0. oder 1. oder 2. ist, in 3. findet man ihn auch unter der characteristica 3 nicht vollständig, so **nehmet an dessen statt den nächst-kleineren***, und die dabey stehende Zahl vor seine absolute Zahl an.

* oder auch nächst grössern.

Exemplum.

In dem Logarithmischen dividiren, welches durch subtrahiren verrichtet wird, geschiehet es allezeit, daß ich einen neuen Logarithmum heraus bekomme, dessen absolute Zahl, als den Quotienten, ich finden muß. Gesetzt nun, ich hätte 19 durch 7 zu dividiren und wolte dieß Logarithmice thun, so wäre der Zahl 19. ihr Logarithmus dieser: 1.2787536. Der Zahl 7. ihr Logarithmus wäre 0.8450980. Subtrahiret man diesen Logarithmum von dem erstern, so kommt im Rest der neue Logarithmus 0.4336556. Diesen schlage ich auf in denen Tabellen, und sehe Anfangs nicht auf die characteristicam 0. sondern suche ihn gleich unter der characteristica 3. Es befindet sich aber solcher nicht accurat in denen Tabellen, dahero nehme den nächst-kleineren dafür, welcher ist 3.4336098. Neben ihme stehet diese absolute Zahl 2714.

2714. Jetzo bedencke ich mich erst auf die characteristicam meines Logarithmi, der nach der Subtractione heraus kam; diese ist 0. Hingegen in dem nächst-ähnlichsten Logarithmo ist die characteristica 3. **Demnach schneide ich von der** *absoluten* **Zahl 2714 so viel Zahlen hinten hinweg, als um wie viel Unitäten die** *characteristica* **meines** *Logarithmi* 0. 4336556. **kleiner ist, als die** *characteristica* 3. Null ist nun 3 mal kleiner als 3. Ergo schneide ich von 2714, drey Zahlen hinten davon, und mache sie zu einem Bruch, so stehet sie also: $2\frac{714}{1000}$ oder nach der Decimal-Rechnung also: 2, 714 (3. So viel käme auch heraus, wenn ich 19 durch 7. ordentlich dividirete, und zu 19 Nullen anhängete.

Scholion.

Man mercke nur einmal vor allemal dieß wohl: Die characteristica muß jederzeit um 1 kleiner seyn, als die Gantze Zahlen haben. Ex. gr. wenn bey der vorigen absoluten Zahl 2714. der Logarithmus die characteristicam 0 hat, so schreibet man die absolute Zahl also: 2, 714 (3. hätte der Logarithmus zur characteristica 1. so stünden die absoluten Zahlen also: 27, 14 (2. hätte der Logarithmus die characteristicam 2. so schriebe man die Zahl also: 271,4 (1. wäre die characteristica 3. stünde die absolute Zahl also: 2714 (0.

Problema LXVIII.

Die *absolute* **Zahl zu einem gegebenen** *Logarithmo* **zu finden: 1) Wenn der** *Logarithmus* **mit seiner** *characteristica* **zu groß wäre, sonst aber doch der gantze** *Logarithmus* **in denen** *Tabellen* **stünde; 2) wenn die** *characteristica* **zu groß und der** *Logarithmus* **auch nicht völlig in denen** *Tabellen* **anzutreffen.**

Resolutio.

I. Gesetzt es wäre der Logarithmus accurat in denen Tabellen befindlich, allein die characteristica wäre grösser als 3. So nehmet

1) die absolute Zahl dieses Logarithmi aus denen Tabellen, interim unter der characteristica 3.

2) hänget dieser absoluten Zahl so viel Nullen hinten an, als viel Unitäten euere characteristica mehr hat, als die characteristica 3.

Exemplum.

Ich hätte den Logarithmum 4. 4619485. dieser ist völlig in denen Tabulis anzutreffen, nur daß die characteristica zu groß ist. Demnach nehme ich diesen Logarithmum interim unter der characteristica 3. seine absolute Zahl ist 2897. Weil nun die characteristica meines Logarithmi 4 um eins grösser ist, als die characteristica 3. so hänge ich ein Null zur absoluten Zahl, so ist des Logarithmi 4.4619485 seine absolute Zahl 28970.

Man probire es nur in denen Tabellen mit andern Zahlen, die noch darinnen anzutreffen, so wird sichs zeigen, daß in solchen Fällen allemal ein o zuletzt in der absoluten Zahl kommt. Ich hätte zum Exempel den Logarithmum 3. 9585639. Gesetzt es wäre aber die absolute Zahl nur 908, so siehet man schon, daß die characteristica 3. zu groß wäre, denn diese muß allemal um 1 kleiner seyn, als die absoluten Zahlen. Demnach werffe ich nur ein o zu denen Gantzen, 9080. so ist die Zahl recht. Und wenn man auch diesen Logarithmum unter der characteristica 2 aufschlägt, 2. 9585639. so stehet neben ihr 908. schlägt man ihn unter 3 auf, so ist er vollkommen nicht nur auch anzutreffen 3. 9585639. und die abso-

lu-

lute Zahl darneben ist 9080. Wäre nun die characteristica 4. so stünde sie also 90800. wäre die characteristica 5. so stünde sie also 908000.

II. Gesetzt nun aber es fände sich der Logarithmus nicht accurat in denen Tabellen: Ex. gr. ich hätte den Logarithmum 6. 0205998. hierzu solte ich die absolute Zahl finden, so suchet

1) Ohne auf die characteristicam zu sehen, in denen Tabellen unter der characteristica 3. einen nächst-kleinern Logarithmum, welcher seyn wird 3. 0203613. neben diesem stehet die Zahl 1048.

2) Subtrahiret diesen Logarithmum von dem angegebenen Logarithmo, so kommt die Differenz 2385.

Logar. datus:	6. 0205998
Logar. proxime minor.	3. 0203613
	2385 Differ.

3) Subtrahiret ferner diesen nächst-kleinern Logarithmum von dem nächst-grössern Logarithmo in denen Tabellen, so ist die Differenz 4142.

Log. proxime major	3. 0207755
Log. proxime minor	3. 0203613
	4142 Differ.

4) Hierauf saget nach der Regula de Tri also: **Die** *Differenz* 4142 **zwischen, dem nächst-grössern und nächst-kleinern** *Logarithmo* **in denen** *Tabellen* **giebt mir zur** *media proportionali* **eine Unität mit so viel** *Nullen*, **als viel Zahlen zur** *absoluten* **Zahl ich noch wissen will;** (Ex.gr.) hier 3 Nullen, Ergo 1000.) **Was giebt die** *Differentia* 2385 **zwischen dem nächst-kleinern** *Lo-*

garithmo und meinem angegebenen *Logarithmo?* Resp. Das Facit 576.

4142 - 1000 - 2385
1000
3 2385000
24.35
1.406
41,42) 23.85000 (575. dafür nehmet
20710 576.
28994
20710

5) Hänget nunmehro diese 576. an die absolute Zahl des nächst-kleineren *Logarithmi*, welche war 1048. so kommt heraus die völlige absolute Zahl 1048576. des angegebenen Logarithmi 6. 0205998. dieß geht alsdann an, wenn die Caracteristica in der tabelle, der logarithmus aber nicht völlig darin

Scholion. I.

Man kan auch hier sich dieses Vortheils wiederum bedienen, daß man nicht nöthig habe die gantze Regulam de Tri aufzusetzen, sondern man nimmt nur die *Differentiam* des gegebenen *Logarithmi*, und des nächst-kleineren *Logarithmi*, und hänget gleich daran so viel *Nullen*, als viele *absolute* Zahlen man über 4 Zahlen zu wissen verlangt, *dividiret* darauf mit der andern *Differenz* zwischen dem nächst-kleinern und grössern *Logarithmo* in denen *Tabellen*, so giebt der *Quotient* diejenigen Zahlen, welche noch zu denen andern *absoluten* Zahlen müssen gehänget werden, welche aus der *Tabelle* neben dem nächst-kleinern *Logarithmo* unter der *characteristica* 3. sind gestanden.

Scholion II.

Diese Proportionirung gehet aber nicht weiter als auf 7 Zahlen: Dann weiter als auf 10000000 erstrecket sich der Canon Logarithmorum nicht.

Scholion III.

Aus diesem bißherigen siehet man zwar, daß die Logarithmi-

mische Rechnung einiger massen auch beschwehrlich genug ist, da doch solche soll erfunden seyn, die beschwehrliche Arbeiten des grossen multiplicirens und dividirens aus dem Wege zu schaffen: Alleine wenn man bedencket, erstlich, daß diese letzte Arbeit gar selten vorkommet; Zweytens auch nicht erfordert werde, als wo man gar genau in einer Sache es zu suchen hat; Drittens, daß in gantzen Sinubus Tangentibus &c. wie in der Trigonometrie es geschiehet, es sehr mühsam wäre, alles mit multipliciren und dividiren auszurechnen: So bleibt der Ruhm und grosse Nutzen denen Logarithmis dennoch. Wahr ist es, wenn man sich derer Logarithmorum zu andern Rechnungen bedienen wolte, so wäre es wohl mit recht eine mühselige Faulheit: Man würde mehr Zeit vertragen mit dem aufschlagen derer Logarithmorum, als wo man ordentlich gleich gerechnet hätte. Es ist demnach unnöthig zu zeigen, wie man zu denen Brüchen ausser der Decimal-Rechnung Logarithmos finden soll; die Arbeit wäre grösser, als die gemeine Rechnung: Hiernächst ist man in Geometricis und Architectonicis solcher Brüche ohnedem überhoben, da alles nach der Decimal-Rechnung gehet, deren Brüche Logarithmice zu tractiren schon gewiesen worden.

CAPUT IV.

Von der Multiplicatione, Divisione, Regula de Tri und Extractione Radicum durch die Logarithmische Rechnung.

Problema LXIX.

Eine Zahl durch die andere zu *multipliciren* durch *Logarithmos*.

Resolutio.

I. Nehmet statt derer Zahlen, welche durch einander sollen multipliciret werden, deren Logarithmos aus denen Tabellen, und setzet sie unter einander.

 II.

II. Addiret beyde Logarithmos, und ihre characteristicas, welche allemal mit einem Punct müssen unterschieden seyn.

III. Die Summam, als den neuen Logarithmum, schlaget in denen Tabellen auf, dessen neben ihm stehende absolute Zahl ist nun das Product, welches heraus gekommen wäre, wenn die Zahlen ordentlich durch einander wären multipliciret worden.

Exemplum.

Es solte 43 durch 27. multipliciret werden, dafür schlaget beyder Zahlen Logarithmos auf, und addiret sie.

Numeri	43.	Logar.	1.6334685
Num.	27.	Logarith.	1.4313638
Logar. Producti			3.0648323

Schläget man nun diesen Logarithmum Producti in denen Tabellen auf, so stehet neben ihm 1161. so viel wäre heraus gekommen, wenn 43 durch 27 multiplicirt worden.

Scholion.

Wenn die Logarithmische Rechnung sonst keinen Nutzen hätte, so würde es der Mühe nicht werth gewesen seyn, solche nur aufgeschlagen zu haben, ich geschweige mit so vielen Kosten vieler 1000 Thlr. und langer Jahre, den Canonem Logarithmorum auszurechnen, da zumahlen die Tabellen über 4 Zahlen nicht steigen, einem jeden aber, der das einmal eins kan, noch leicht genug ist mit 4 Zahlen zu multipliciren. Wolte man mit mehr Zahlen Logarithmice multipliciren, so müste man erst neue Logirithmos machen, darüber einem die Lust bald vergehen solte.

Problema LXX.

Eine Zahl mit der andern zu *dividiren Logarithmice*.

Re-

Resolutio.

I. Nehmet statt derer Zahlen, die mit einander solten dividiret werden, ihre Logarithmos aus denen Tabellen, und setzet den Logarithmum divisoris unter den Logarithmum dividendi.

II. Subtrahiret beyde von einander, und auch ihre characteristicas, so giebt der Rest einen neuen Logarithmum, dessen neben ihm stehende Zahl in denen Tabellen der Quotient ist, welcher heraus gekommen, wenn ordentlich dividirt worden wäre.

Exemplum.

Man solte 5782. dividiren mit 59. setzet deren Logarithmos gehörig unter einander, und subtrahirt:

Logar. num. 5782.	3. 7620781.
Logar. num. 59.	1. 7708520.
Logarit. Residui, id est Quoti.	1. 9912261.

Schlägt man diesen Logarithmum auf in denen Tabellen, so stehet neben ihm 98. und dieß würde auch zum Quotienten heraus gekommen seyn, wenn ordentlich wäre dividiret worden.

Scholion.

Im dividiren hat diese Rechnung einen grösseren Vortheil, indeme nicht so offt grosse Zahlen darinnen, wie sonst in dem multipliciren, vorkommen, welche die Tabellen übersteigen. Wo aber auch in der Divisione grössere Zahlen sich äusseren, als in denen Tabellen die Logarithmi darzu können gefunden werden, so ist es schon zu beschwehrlich, wenn man erst neue Logarithmos machen muß.

Problema LXXI.

Mit *Logarithmis* nach der *Regula de Tri* zu rechnen.

Resolutio.

I. Addiret die Logarithmos der beyden hintern Sätze, an statt des multiplicirens.

II. Von der herauskommenden Summa subtrahirt den Logrithmum des ersteren Satzes, statt des dividirens, so ist der Rest derjenige neue Logarithmus, dessen neben ihm stehende absolute Zahl die quarta proportionalis inventa ist, welche heraus gekommen wäre, wenn die 2 hintern Sätze ordentlich multipliciret, und durch den vordern Satz das Product dividirt worden wäre.

Exemplum I.

Es sey Anfangs gantz ein simples Exempel, hernach soll ein nützlichers auch folgen: Ich kauffe 120 Eymer Wein vor 588 Fl. was kosten wohl 287 Eymer? dieß wäre nun durch multipliciren und dividiren schon mühsam; allein Logarithmice ist es geschwind geschehen; das Exempel sammt denen Logarithmis stehet also:

	Eymer		Fl.		Eymer
	120	- -	588	- -	287?
Log.	2. 0791812	- -	2. 7693773	-	2. 4578819

2. 4578819 addirt

5. 2272592

Log. primi Termini 2. 0791812 subtrah.

3. 1480780 Rest.

Dieser neue in dem Rest heraus gekommene Logarithmus stehet nun nicht in denen Tabellen, sein nächst-kleinerer aber ist 3. 1479853. dessen absolute Zahl ist 1406 demnach kosten 287. Eymer 1406 Fl. und einen Bruch von $\frac{36}{120}$ oder $\frac{3}{10}$ eines Guldens.

Exem-

Exemplum II.

Ich habe zwey Triangul, die einander gantz ähnlich sind; des einen Triangus seine drey Latera wären mir bekannt; die Basis, ab. hielte 20, 48 (2 der Cathetus, bc. wäre 42, 96 (2 die Hypothenusa, ac. hielte 47, 59 (2. In dem andern Triangul wäre mir allein die Hypothenusa bekannt 55, 92 (2. Ich solte hierzu die Basin und den Catheum finden; Wie dieses gefunden werden soll durch die Rechnung, ist schon gewiesen worden. Dermahlen wollen wir das fürtreffliche Compendium der Logarithmischen Rechnung nur zeigen. Man siehet leicht wie viel Arbeit das geben würde, wo multiplicirt u. dividiret in der Regula de Tri werden müste. Setzet demnach also: Tab. IV. Fig. XIII. num. 1. 2.

Hypoth. △ dati I.		Basis △ dati		Hypoth. △ II.
47, 59 (2	- -	20, 48 (2	- -	55, 92 (2
Log. 1.6775157	- -	1. 3113299	- -	1. 7475675
		1. 7475675 addirt		
		3.0588974		
		1.6775157 subtrah.		
	Logar.	1. 3813817 Rest.		

Dieser Logarithmus aufgeschlagen, und zwar NB. unter der characteristica 3. denn sie sind alle unter der characteristica 3 aufgeschlagen, und hernach ist nur das 3. in 1. verwandelt worden, weilen derer Gantzen in denen Sätzen nur zwey sind, so wird sein nächstkleinerer Logarithmus seyn 3.3812956. dessen absolute Zahl ist 24,06. Nun soll die characteristica nur 1 seyn, denn der Logarithmus, der nach der Subtractione übrig blieb, ist dieser 1. 3813817. Demnach sind von der gefundenen absoluten Zahl die zwey vordere

lincks die Gantzen, die hintern aber Bruchstücker, und wird also geschrieben: 2⅞, 06 (2. Ergo ist die unbekannte Basis des andern Trianguls, da mir nur die Hypothenusa bekannt war, groß 2⅞ Ruthen, Null Schuh, 6 Zoll.

Den Cathetum des andern Trianguls zu finden, so setzet die Hypothenusam des bekannten Trianguls zum ersten Satz, dessen bekannten Cathetum zum zweyten Satz, und die bekannte Hypothenusam des andern Trianguls zum dritten Satz, und operiret Logarithmice, so giebt der Rest nach der Subtractione den neuen Logarithmum, dessen absolute Zahl die Grösse des Catheti anzeiget.

Hypoth. Δ1 dati.	Cathet.	Hypoth. Δ2 dati
47, 59 (2 - -	42, 96 (2 - -	55, 92 (2
Log. 1.6775157 - -	1.6330643 - -	1.7475675
	1.7475675 addirt	
	3.3806318	
	1.6775157 subtr.	
	1.7031161 Rest.	

Nun ist nach dem nächst-kleinern in denen Tabellen befindlichen Logarithmo, dessen absolute Zahl 5047. Da nun die characteristica 1 ist, ohnerachtet es unter der characteristica 3 ist aufgeschlagen worden, so sind der Gantzen zwey in der gefundenen Zahl (denn die characteristica ist allemal um 1 weniger, als die Gantzen.) Demnach stehet es also: 50,47 (2 und ist der gefundene Cathetus lang, 50 Ruthen, 4 Schuh, 2 Zoll.

Scholion I.

Der fürnehmste Nutz der Logarithmischen Rechnung ist in der Regula de Tri, zumahlen wo das Facit nicht über 4 Zahlen steiget. Wiewohl es mannigmal auch der Mühe wohl werth ist, um das Facit desto accurater heraus zu bekommen, daß man einen neuen Logarithmum darzu mache.

Scho-

Scholion II.

Wenn man nur auf die characteristicam fleissig Achtung giebt, alles unter der characteristica 3. aufsuchet, hernach aber in der Rechnung selbst die wahre characteristicam dafür ansetzet, alsdann, wenn der neue Logarithmus gefunden worden, solchen wieder unter der characteristica 3 aufschlägt, die darneben stehende absolute Zahl heraus nimmt, und alsdann nach der wahren characteristica, die nemlich nach der Subtractione übrig blieb, die gefundene absolute Zahlen zertheilet, also, daß derer Gantzen allezeit eins mehr sey, als die characteristica Unitäten hat; so kan man nicht fehlen.

Problema LXXII.

Durch *Logarithmos* den *Radicem Quadrati* und *Cubi* zu *extrahiren*.

Resolutio.

I. Wenn die Quadrat- und Cubic-Zahlen nicht über 7 Zahlen groß sind, so ist die Extractio Radicum durch Logarithmos sehr bequehm anzustellen. Nehmet der gegebenen Quadrat-Zahl ihren Logarithmum, dividiret solchen durch 2. der Quotient giebt einen Logarithmum, neben welchen der Radix, als die absolute Zahl, stehet.

II. Ist die angegebene Zahl eine Cubic-Zahl, so suchet ihren Logarithmum, dividiret denselben durch 3. so ist der Quotient der neue Logarithmus, dessen neben ihm stehende absolute Zahl der Radix Cubi ist.

III. Muß oder will man einen Decimal-Bruch an solchen per Logarithmos gefundenen Radice haben, so darff man nur die characteristicam darnach tractiren, wie bißhero offt wiederhohlt schon gewiesen habe und die Exempel nun noch deutlicher machen werden.

Exem-

Exemplum I.

Von der Extractione Radicis □.

Ich solte aus der □ Zahl 9604 Radicem extrahiren, so suche der Zahl ihren Logarithmum 3. 9824522. dividire solchen durch 2. kommt 1. 9912261. dieser hat zu seiner absoluten Zahl neben sich stehen 98. und dieß ist der Radix Quadrati, der auch heraus käme, wenn man ordentlich extrahirte.

Exemplum II.

Gesetzt man hätte eine Zahl, da Bruch-Stücker dabey sind: Ex. gr. aus 9, 62369 (5 solte man Radicem □ extrahiren, so machet

1) den neuen Logarithmum geschwind: Ich will die Operation dessen nur an Zahlen hersetzen, indeme die Beschreibung davon schon geschehen ist:

9,623 | 69 (5
Log. num. 9623 ist 3. 9833105
Log. proxim. major. 3. 9833556
451 Differenz.
69 Numerator.
4059
2706
3.11 | 19 / 1 | 00 (311:
Log. num. 9623 est 3. 9833105
311 pars proport.
mutata characteristica 0.9833416.

2) Nunmehro dividiret diesen neuen Logarithmum 0. 9833416 mit 2. so kommet 0. 4916708. dessen neben ihm stehende absolute Zahl ist, wenn der Logarithmus unter der characteristica 3. aufgesuchet wird 3102. Da nun die wahre characteristica 0 ist, so sind der Gantzen nur eine Zahl, demnach stehet es also: 3, 102 (3. welches der Radix Quadrati ist.

Exem-

Exemplum III.

Gesetzt, es wären die vorigen Zahlen wieder allein, ohne Bruch-Zeichen, sie solten lauter Gantze seyn, 962369.□. so müste man es also machen:

1) Suchet den Logarithmum zu denen vier erstern Zahlen; dieser ist 3.9833105. Die Differenz zwischen diesem und dem nächst-folgenden grössern Logarithmo wäre 451. Der pars proportionalis wäre facta operatione 311. Diese zu dem Logarithmo derer vier erstern Zahlen addiret, brächte den Logarithmum, die characteristica ohnbetrachtet: 3. 9833416.

2) Nun muß aber die characteristica, statt daß sie vorhero in 0 verwandelt worden, weil derer Gantzen nur eine Zahl war, jetzo in 5 verwandelt werden, weilen derer Gantzen sechs Zahlen sind, die characteristica aber allemal um eins geringer seyn muß. Demnach ist der Logarithmus 5. 9833416. der wahre Logarithmus der Quadrat-Zahl 962369. Diesen halbieret mit 2. giebt den neuen Logarithmum 2. 9916708. dessen absolute Zahl ist 981. welche auf das nächste der Radix Quadrati ist

Exempla

Von der Extractione Radicis Cubi.

I. Ich soll aus 5832. als einer Cubic-Zahl, den Radicem extrahiren, so suche nur den Logarithmum dieser Zahl, welcher ist in denen Tabellen 3. 7658175. dividire diesen mit 3. so erhalte ich einen Logarithmum, 1.2552725. dessen neben ihm stehende absolute Zahl ist der Radix Cubi 18.

II. Es wären die Cubischen Zahlen 658523. so suchet wiederum am ersten den Logarithmum zu denen vier ersten Zahlen, hernach die Differenz, und

durch

durch deren Hülffe den partem proportionalem, welcher addirt den gantzen Logarithmum vor die Cubische Zahl giebt.

Log. num. 6585 ist 3.8185558
Log. proxime major 3.8186217

659 Differenz.
23

1977
1318

151|57 (151 pars Proport.

Log. num. 6585 ist 3.8185558
151 pars Proport.

3.8185709

Nunmehro verändert die characteristicam 3 in 5. weilen derer Gantzen 6 Zahlen sind, so ist der wahre Logarithmus 5.8185709. diesen dividiret nun mit 3. so giebt der Quotient einen neuen *Log*arithmum 1.9395236, dessen absolute Zahl ist auf das nächste 87. als der Radix Cubi.

III. Behaltet die vorigen Cubischen Zahlen, allein setzet, das gröste Bruch-Zeichen dabey seye (4. so stünde es also: 65,8523 (4. *Log*arithmice nun daraus den Radicem Cubi zu extrahiren, so sehet alle diese Zahlen als lauter Gantze an, dahero ist die völlige Operation wie vorhero numero II auch, nur zuletzt verändert die characteristicam in 1. weil derer Gantzen nur zwey Zahlen sind, so wäre der Cubischen Zahl 65, 8523(4. ihr *Log*arithmus proprius 1.8185709. Diesen dividiret nunmehro mit 3. so kommt der *Log*arithmus Radicis 0.6061903 dessen absolute Zahl ist, wenn man den nächstähnlichsten NB. dennoch unter der characteristica

3.

3. aufschläget, 4038. da nun die characteristica o ist, so muß der Radix Cubi also stehen 4, 038 (3

Scholion I.

Bey dieser fürtrefflich bequemen *Logarithmischen Extractione Radicis Cubi*, die sonst so entsetzlich mühsam und irrig ist, muß man nur dieses bedauren, daß es nicht über 7 Zahlen angehet, mithin keine grosse *Radices Cubi Logarithmice* extrahiret werden können, denn 2 Zahlen in dem *Radice* erfordern schon wenigstens 6 Zahlen in der *Cubic*-Zahl.

Scholion II.

Der vornehmste Nutz der *Logarithmischen* Rechnung ist nun in *Astronomicis*, *Geographicis* und *Geometricis*, bey denen *Tabulis Sinuum Tangentium* und *Secantium*. In der *Trigonometrie* lernet man erst den unschätzbaren Werth derer *Logarithmorum* erkennen, da man sonsten unmenschliche Arbeiten mit unzehlichen Irrthümern, in *multipliciren* und *dividiren* mit Gantzen, *Sinubus Tangentibus*, &c. haben würde.

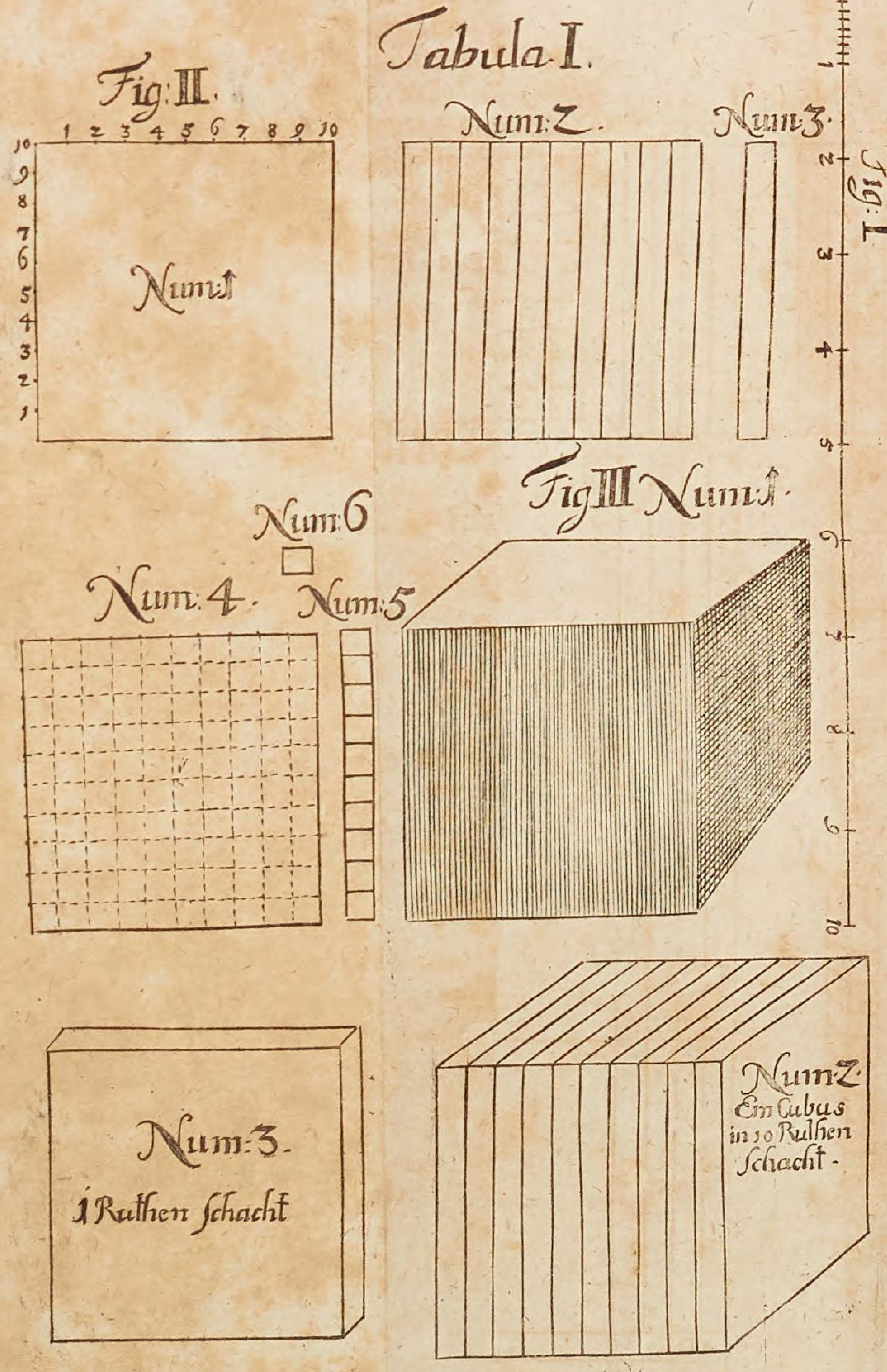
Scholion III.

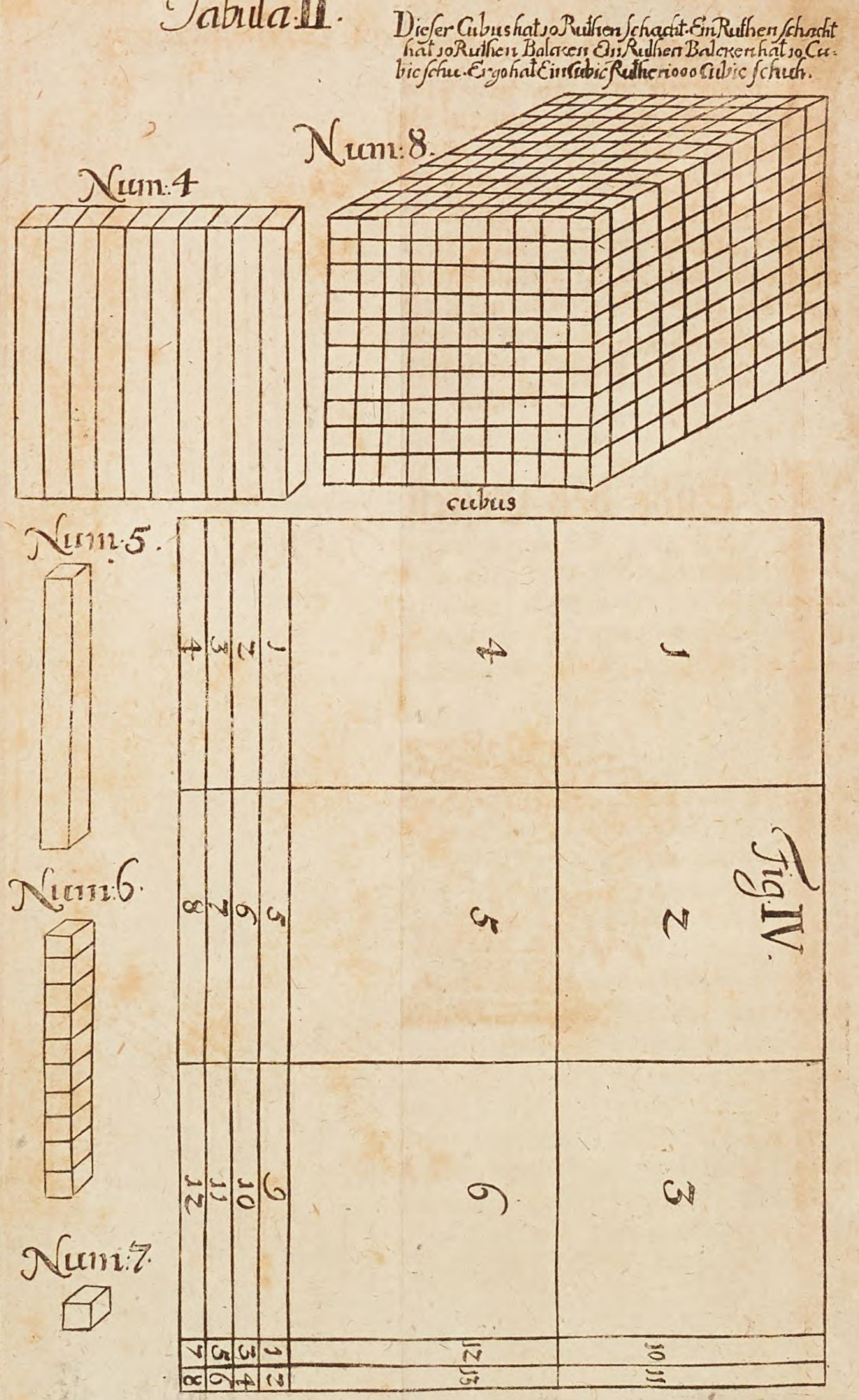
Aus diesen bißherigen Anleitungs-Gründen wird nun ein Anfänger, wenn er nur ein wenig mit Ernst darauf dencken mag, gewiß alles das nöthige begreiffen können, was zu denen folgenden *Geometrischen*, *Stereometrischen Trigonometrischen* und übrigen *Mathematischen* Rechnungen erfordert wird. Es ist hierbey der *Proportional-Circul* mit eingemischet worden, damit die Jugend beyzeiten sich solchen bekannt machen, denselben sich angewöhnen und den Nutzen dieses herrlichen *Instruments* gleich zu anfang erlernen könne. In dem folgenden andern Theil meiner *Mathematischen* Anleitungs-Gründe soll durch die gantze *Geometrie* der *Proportional-Circul* allenthalben noch weitläufftiger mit *applicirt* werden, und zwar also, daß alle *Problemata*, wenn sie nach der sonst gewöhnlichen *Methode* solviret worden, also gleich auch auf dem *Proportional-Circul* sollen gemachet werden. Ich zweiffle nicht, diejenigen, welche junge *Cavalliers* in

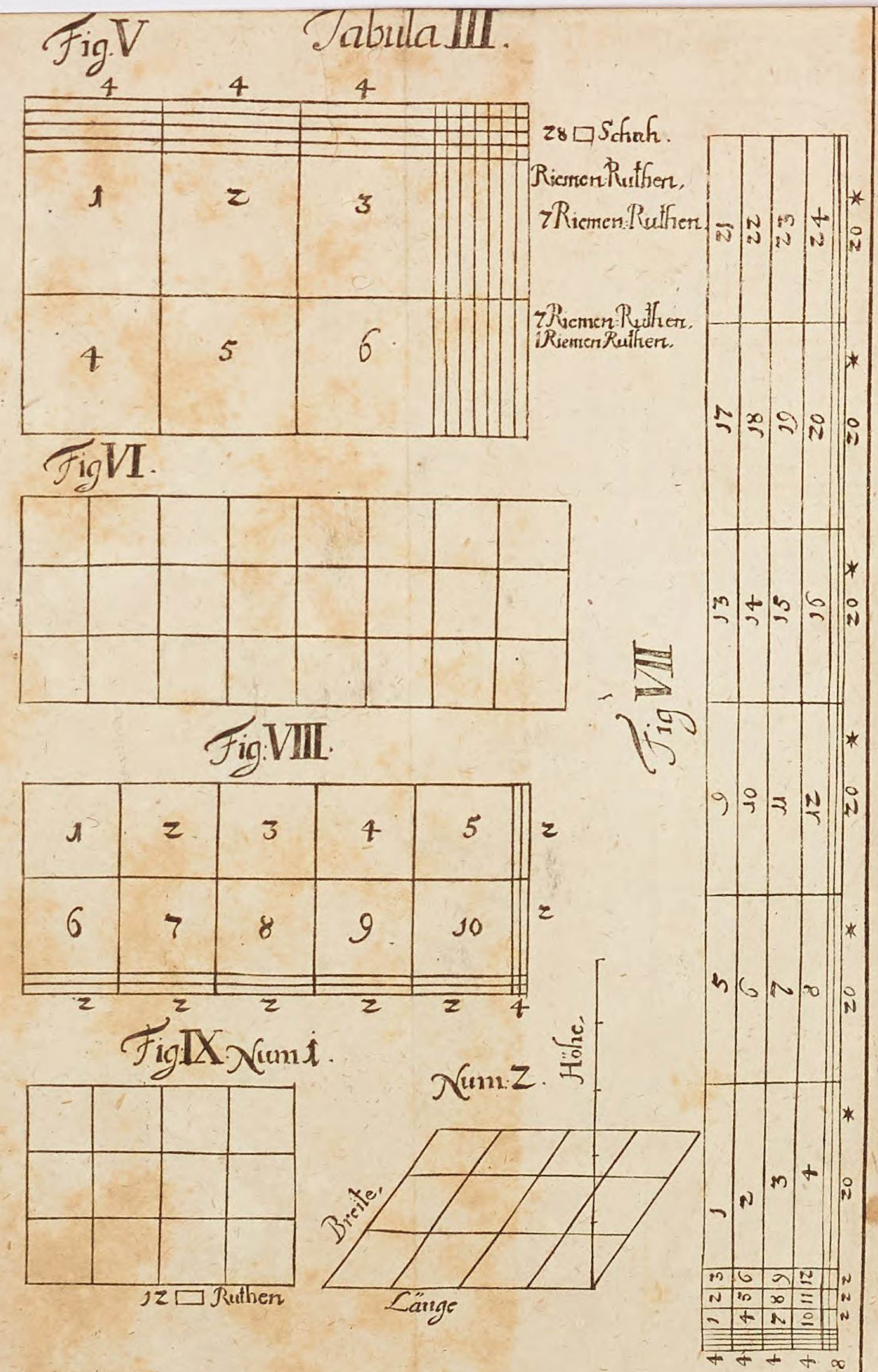
in Mathematicis zu informiren haben, und welche öfters mit Fleiß nicht alle mathematische Tiefffinnigkeiten durchgehen mögen, indeme sie als Cavalier nur den nöthigsten Vorschmack dieser Wissenschaften mitnehmen sollen, werden sehr viel Vortheil und eine hinlängliche Hand-Leitung hierinnen finden, mit der grösten Lustbarkeit und gleichsam spielend alle Problemata ihren Untergebenen auf dem eintzigen Instrument des Proportional-Circuls zeigen, und, wo es erfordert wird, auch zugleich den übrigen Grund kurtz und deutlich dabey finden zu können.

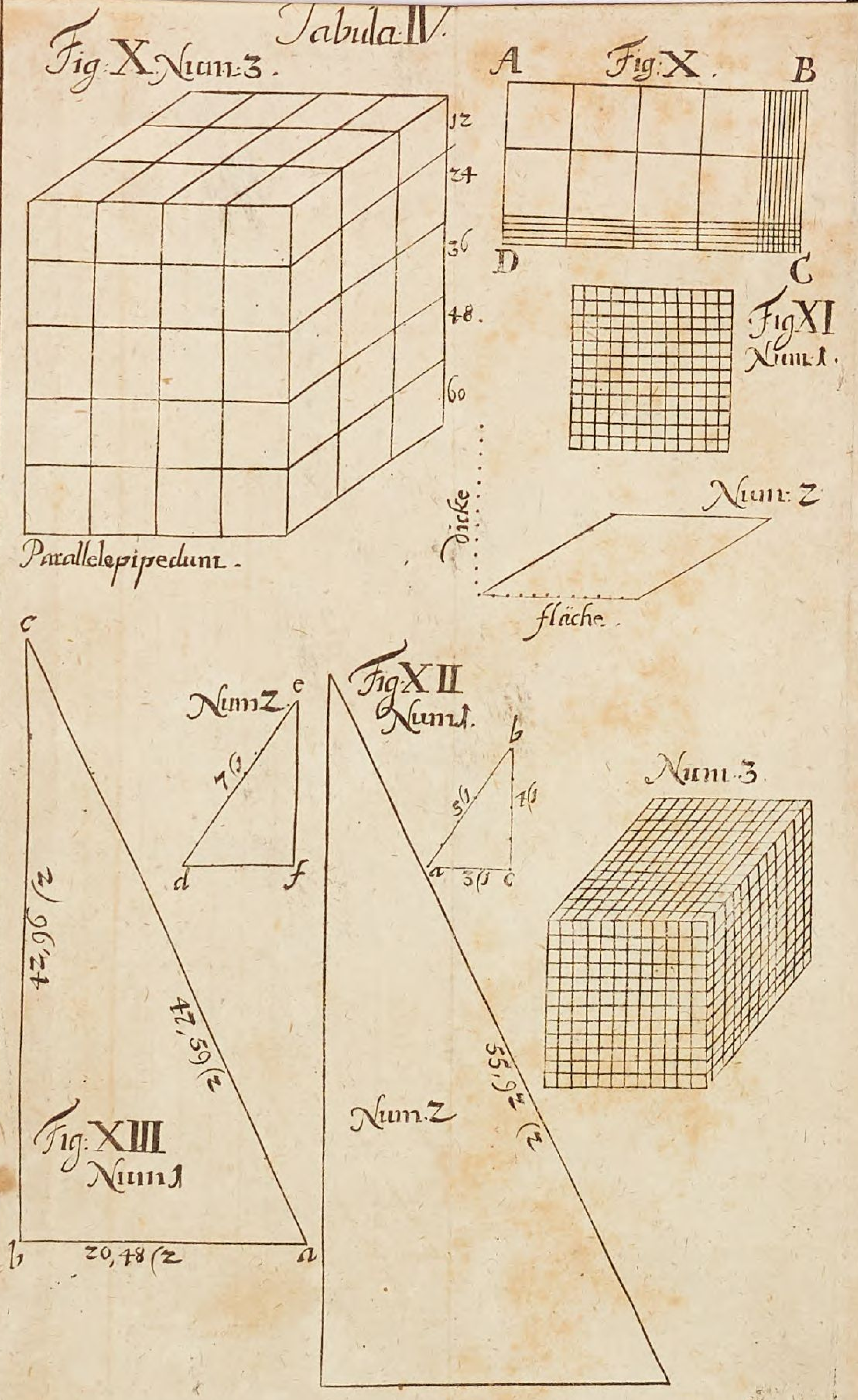
Ende des Ersten Theils.

Figurarum ad Arithmeticam pertinentium.






Tabula III.
Fig. V
28 □ Schuh.
Riemen Ruthen.
7 Riemen Ruthen.
7 Riemen Ruthen.
1 Riemen Ruthen.
Fig. VI.
Fig. VIII.
Fig. VII
Fig. IX Num. 1.
12 □ Ruthen
Num. 2.
Höhe.
Breite.
Länge


Tabula IV.
Fig. X Num. 3.
Parallelepipedum.
Fig. X.
A
B
C
D
Fig. XI Num. 1.
Num. 2
Dicke
fläche.
Fig. XIII Num. 1
Num. 2
Fig. XII Num. 1.
Num. 2
Num. 3
42,96 (2
47,59 (2
20,48 (2
55,9² (2

Merklein, Albrecht Daniel,

M. Albert. Daniel Merckleins Mathematischer Anfangs-Gründe ... Theil

Bd.: 1

Franckfurt [u.a.] 1732

Bamberg, Staatsbibliothek -- Ma.o.41(1#1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11739726-4
VD18 8017051X-001